

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Граков Федор Николаевич

Должность: Исполняющий обязанности директора Института агроинженерии

Дата подписания: 12.02.2025 10:02:51

Уникальный программный ключ:

b565aee4d22ae3b3a9be55d7e0bce1146dd07a5

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ

И.о. директора Института агроинженерии



Корнешук Н.Г.

«23» мая 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

для специальности

09.02.07 «Информационные системы и программирование»

квалификация - специалист по информационным ресурсам

среднего профессионального образования

(программа подготовка специалистов среднего звена)

**Троицк, 2024 г.**

Рабочая программа учебной дисциплины разработана в соответствии с требованиями ФГОС СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 09.12.2016 г. № 1547 и учебным планом. Реализация воспитательного потенциала учебной дисциплины в процессе организации учебной деятельности обучающихся предусматривает использование воспитательных возможностей содержания дисциплины для формирования у обучающихся планируемых личностных результатов в соответствии с целью и задачами Рабочей программы воспитания.

При реализации программы учебной дисциплины используются различные образовательные технологии, в том числе дистанционные образовательные технологии и электронное обучение.

Настоящая рабочая программа дисциплины составлена в рамках основной профессиональной образовательной программы (ОПОП) и учитывает особенности обучения при инклюзивном образовании лиц с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) и инвалидов.

Составитель:

- кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Математические и естественнонаучные дисциплины» Акулич О.Е.

Рабочая программа дисциплины обсуждена на заседании кафедры «Математические и естественнонаучные дисциплины»

«14» мая 2024 г. (протокол № 9).

Зав. кафедрой «Математические и естественнонаучные дисциплины»,  
доктор технических наук, профессор

*- О.Е. -*

Е.М. Басарыгина

Рабочая программа дисциплины одобрена методической комиссией Института агроинженерии

«21» мая 2024 г. (протокол № 5).

Председатель методической комиссии  
Института агроинженерии ФГБОУ ВО  
Южно-Уральский ГАУ, доктор педагогических наук, доцент

*У*

Н.Г. Корнешук

Директор Научной библиотеки



*Шатрова*

И.В. Шатрова

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
1.1 Область применения рабочей программы и место дисциплины в структуре основной образовательной программы .....	4
1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины .....	4
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы .....	5
2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины .....	6
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ .....	9
3.1 Материально-техническое обеспечение .....	9
3.2. Информационное обеспечение обучения .....	9
4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	12
Приложение.....	13

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

### 1.1 Область применения рабочей программы и место дисциплины в структуре основной образовательной программы

Рабочая программа учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики является обязательной частью основной образовательной программы по специальности среднего профессионального образования 09.02.07 Информационные системы и программирование в соответствии с ФГОС СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование.

Рабочая программа учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики разработана на основе Примерной основной образовательной программы СПО по специальности 09.02.07 «Информационные системы и программирование».

Согласно Учебному плану по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование учебная дисциплина реализуется в рамках математического и общего естественнонаучного цикла.

### 1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

В рамках освоения программы учебной дисциплины обучающийся должен

#### **знать:**

– основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального исчисления;

– основы дифференциального и интегрального исчисления

– основы теории комплексных чисел

#### **уметь:**

– выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;

– решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости

– применять методы дифференциального и интегрального исчисления;

– использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач;

– решать дифференциальные уравнения;

– пользоваться понятиями теории комплексных чисел;

#### **формировать компетенции:**

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Объем часов</b>
<b>Максимальная учебная нагрузка</b>	<b>57</b>
<b>Обязательная аудиторная учебная нагрузка (работа обучающихся во взаимодействии с преподавателем)</b>	<b>52</b>
В том числе:	
теоретические занятия	44
лабораторные и практические занятия	8
<i>в том числе: лабораторные и практические занятия в форме практической подготовки*</i>	-
курсовая работа/индивидуальный проект	-
промежуточная аттестация** Дифференцированный зачет	2**
<b>Внеаудиторная самостоятельная работа обучающегося</b>	<b>5</b>
<b>Промежуточная аттестация (итоговая по дисциплине) в форме дифференцированного зачета в 3 семестре</b> <i>*часовая нагрузка на лабораторные и/или практические занятия в форме практической подготовки выделяются из часов лабораторных и/или практических занятий в соответствии с учебным планом</i> <i>**на дифференцированный зачет и/или зачет выделяется не более 2 часов из часов обязательной аудиторной учебной нагрузки</i>	

## 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы
Тема 1. Основы теории комплексных чисел	<b>Содержание учебного материала</b>	2	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.		
Тема 2. Теория пределов	<b>Содержание учебного материала</b>	2	ОК 1, ОК 5,
	1. Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов		
	2. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей		
	3. Односторонние пределы, классификация точек разрыва		
<b>Практические занятия.</b> Вычисление пределов с помощью замечательных пределов, раскрытие неопределенностей. Вычисление односторонних пределов, классификация точек разрыва.	2		
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	<b>Содержание учебного материала</b>	4	ОК 1, ОК 5,
	1. Определение производной		
	2. Производные и дифференциалы высших порядков		
	3. Полное исследование функции. Построение графиков		
<b>Практические занятия.</b> Вычисление производных сложных функций. Вычисление пределов по правилу Лопиталя. Полное исследование функций. Построение графиков.	2		
Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	<b>Содержание учебного материала</b>	4	ОК 1, ОК 5,
	1. Неопределенный и определенный интеграл и его свойства		
	2. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования		
	3. Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов		
<b>Самостоятельная работа обучающихся.</b> Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов	1		
Тема 5. Дифференциальное исчисление	<b>Содержание учебного материала</b>	4	ОК 1, ОК 5,
	1. Предел и непрерывность функции нескольких переменных		
	2. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных		

функции нескольких действительных переменных	<b>3. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков</b>		
	<b>Самостоятельная работа обучающихся.</b> Вычисление частных производных и дифференциалов функций нескольких переменных	<b>1</b>	
<b>Тема 6.</b> Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>4</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1. Двойные интегралы и их свойства</b>		
	<b>2. Повторные интегралы</b>		
	<b>3. Приложение двойных интегралов</b>		
	<b>Самостоятельная работа обучающихся.</b> Решение задач на приложение двойных интегралов	<b>1</b>	
<b>Тема 7. Теория рядов</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>4</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1. Определение числового ряда. Свойства рядов</b>		
	<b>2. Функциональные последовательности и ряды</b>		
	<b>3. Исследование сходимости рядов</b>		
<b>Тема 8.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>4</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1. Общее и частное решение дифференциальных уравнений</b>		
	<b>2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка</b>		
	<b>3. Решение дифференциальных уравнений 2-го порядка</b>		
	<b>Самостоятельная работа обучающихся.</b> Решение линейных однородных дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами	<b>1</b>	
<b>Тема 9. Матрицы и определители</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>4</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1. Понятие Матрицы</b>		
	<b>2. Действия над матрицами</b>		
	<b>3. Определитель матрицы</b>		
	<b>4. Обратная матрица. Ранг матрицы</b>		
	<b>Практические занятия.</b> Операции над матрицами. Вычисление определителей. Нахождение обратной матрицы. Вычисление ранга матрицы.	<b>2</b>	
<b>Тема 10. Системы линейных уравнений</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>4</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1. Основные понятия системы линейных уравнений</b>		
	<b>2. Правило решения произвольной системы линейных уравнений</b>		
	<b>3. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса</b>		
	<b>Самостоятельная работа обучающихся.</b> Действия над матрицами, нахождение определителя и решения систем линейных уравнений двумя способами	<b>1</b>	

<b>Тема 11.</b> Векторы и действия с ними	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>4</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1.</b> Определение вектора. Операции над векторами, их свойства		
	<b>2.</b> Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов		
	<b>3.</b> Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов		
	<b>Практические занятия.</b> Операции над векторами. Вычисление модуля и скалярного произведения.	<b>2</b>	
<b>Тема 12.</b> Аналитическая геометрия на плоскости	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>4</b>	ОК 1, ОК 5,
	<b>1.</b> Уравнение прямой на плоскости		
	<b>2.</b> Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой		
	<b>3.</b> Линии второго порядка на плоскости		
	<b>4.</b> Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости		
<b>Промежуточная аттестация Дифференцированный зачет</b> **на дифференцированный зачет и/или зачет выделяется не более 2 часов из часов обязательной аудиторной учебной нагрузки		<b>2**</b>	
<b>Всего:</b>		<b>57</b>	



### **3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **3.1 Материально-техническое обеспечение**

**Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:**

Специальные помещения представляют собой учебные аудитории для проведения занятий всех видов, предусмотренных образовательной программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы, мастерские и лаборатории, оснащенные оборудованием, техническими средствами обучения и материалами, учитывающими требования международных стандартов:

Посадочные места по числу студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет, внутривузовская компьютерная сеть, доступ в электронную информационно-образовательную среду.

Ауд. 303 НОУТБУК HP 615 (VC289EA) RM76/2G/320/DVDR W/HD3200/DOS/15.6; ПЕРСОНАЛЬНЫЙ КОМПЬЮТЕР В КОМПЛЕКТЕ: системный блок Pentium E 5400 2.7GHZ, жесткий диск 250 Gb, монитор 19" LCD, клавиатура, мышь – 30 шт.; ПРИНТЕР CANON LBP-1120 лазерный; Экран с электроприводом; ПРИНТЕР CANON LBP-1120 лазерный; ИК ПУЛЬТ ДУ ДЛЯ ЭКРАНА С ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ; КОЛОНКИ 5+1 SVEN ИНО.

Ауд. 405

Экран переносной, проектор, ноутбук.

Учебно-наглядные пособия: Поверхности второго порядка (5шт.).

Ауд. 401

Экран переносной, проектор, ноутбук.

#### **3.2. Информационное обеспечение обучения**

**(перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы):**

##### **Информационное обеспечение:**

Лицензионное программное обеспечение

MyTestXPRo 11.0 (Сублицензионный договор № А0009141844/165/44 от 04.07.2017)

МойОфис Стандартный (Договор №138/44 от 03.07.2018г. без ограничения срока действия)

Офисное программное обеспечение Microsoft OfficeStd 2019 RUS OLP NL Acdmc (Лицензионный договор № 11353/409/44 от 25.12.2018 г.)

Антивирус Kaspersky Endpoint Security (Договор № 20363/166/44 от 21.05.2019)

Основные источники:

1. Бабичева, И. В. Алгебра и аналитическая геометрия. Контролирующие материалы к тестированию : учебное пособие для спо / И. В. Бабичева. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 204 с. — ISBN 978-5-8114-6662-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159459>

2. Бабичева, И. В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию : учебное пособие для спо / И. В. Бабичева. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-5827-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/146662>

3. Степучев, В. Г. Дифференциальные уравнения третьего порядка : учебное пособие для спо / В. Г. Степучев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-9605-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/218828>

4. Степучев, В. Г. Дифференциальные уравнения четвертого порядка : учебное пособие для спо / В. Г. Степучев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 290 с. — ISBN 978-5-507-44348-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/247367>

5. Болотский, А.В. Исследование операций и методы оптимизации : уч. пособие / А. В. Болотский, О. А. Кочеткова. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 116 с. — ISBN 978-5-8114-4568-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/148245>

Дополнительные источники:

1. Кытманов, А. М. Математика : учебное пособие для спо / А. М. Кытманов, Е. К. Лейнартас, С. Г. Мысливец. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-9447-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195439>

2. Шипачев, В. С. Начала высшей математики : учебное пособие для спо / . — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-9048-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/183785>

3. Туганбаев, А. А. Основы высшей математики. Часть 1 : учебник для спо / А. А. Туганбаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 312 с. — ISBN

978-5-8114-6374-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159503>

4. Туганбаев, А. А. Основы высшей математики. Часть 2 : учебник для спо / А. А. Туганбаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 328 с. — ISBN 978-5-8114-6622-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/165840>

5. Туганбаев, А. А. Основы высшей математики. Часть 3 : учебник для спо / А. А. Туганбаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 308 с. — ISBN 978-5-8114-7517-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/183367>

6. Туганбаев, А. А. Основы высшей математики. Часть 6 : учебник для спо / А. А. Туганбаев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 188 с. — ISBN 978-5-507-44950-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/312884>

7. Практикум и индивидуальные задания по интегральному исчислению функции одной переменной (типовые расчеты) : учебное пособие для спо / В. А. Болотюк, Л. А. Болотюк, Ю. Г. Галич [и др.]. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 336 с. — ISBN 978-5-507-44050-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/207524>

#### **Интернет ресурсы:**

1. Электронный каталог Библиотеки МосГУ. Режим доступа: <http://elib.mosgu.ru>

2. Формулы, уравнения, теоремы, примеры решения задач. Режим доступа: <http://matematika.electrichelp.ru/matrixy-i-opredeliteli/>

3. Материалы по математике для самостоятельной подготовки. Режим доступа: <http://www.mathprofi.ru/>

4. Изучение математики онлайн. Режим доступа: <https://ru.onlinemschool.com/math/library/>

5. Банк рефератов. Режим доступа: <https://www.bestreferat.ru/>

6. Доступная математика. Режим доступа: <http://www.cleverstudents.ru/>

7. Собрание учебных онлайн калькуляторов, теории и примеров решения задач. Режим доступа: <http://ru.solverbook.com/>

8. Справочный портал. Режим доступа: <https://www.calc.ru/>

#### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, рефератов, исследований.

Оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации представлены в Фонде оценочных средств.

<i>Результаты обучения</i>	<i>Критерии оценки</i>	<i>Формы и методы оценки</i>
<p><i>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</i>            Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии            Основы дифференциального и интегрального исчисления            Основы теории комплексных чисел</p>	<p>«Отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко.            «Хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Тестирование....</li> <li>• Проверочные и контрольная работа ....</li> <li>•Самостоятельная работа.</li> <li>•Защита реферата, доклада, презентации.</li> <li>•Наблюдение за выполнением практического задания.</li> <li>•Оценка выполнения практического задания(работы)</li> <li>•Подготовка и выступление с докладом, сообщением, презентацией...</li> <li>•Решение ситуационной задач</li> </ul>
<p><i>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</i>            Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений            Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости            Применять методы дифференциального и интегрального исчисления            Решать дифференциальные уравнения            Пользоваться понятиями теории комплексных чисел</p>	<p>«Удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки.            «Неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Экспертное оценивание на промежуточной аттестации</li> </ul>

**Фонд оценочных средств по учебной дисциплине**

**ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

основной профессиональной образовательной программы  
09.02.07 «Информационные системы и программирование»  
квалификация - специалист по информационным ресурсам

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## 1.1 Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся по учебной дисциплине ЕН.01 Элементы высшей математики.

ФОС включает материалы для текущего контроля образовательных результатов и промежуточной аттестации обучающихся.

ФОС разработан в соответствии с требованиями ФГОС СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование к образовательным результатам специалиста среднего звена «специалист по информационным ресурсам», Примерной основной образовательной программой и рабочей программой учебной дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики.

## 1.2 Требования к результатам обучения

Оценка качества подготовки обучающихся по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование осуществляется в двух основных направлениях:

- контроль и оценка образовательных достижений обучающихся по учебным дисциплинам, МДК;
- оценка уровня сформированности компетенций обучающихся.

### **Контролируемые компетенции:**

ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам.

ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.

### **В результате изучения дисциплины обучающийся должен:**

#### **знать:**

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии; основы дифференциального и интегрального исчисления;
- основы дифференциального и интегрального исчисления
- основы теории комплексных чисел

#### **уметь:**

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений;
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления;
- использовать методы дифференцирования и интегрирования для решения практических задач;
- решать дифференциальные уравнения;
- пользоваться понятиями теории комплексных чисел;

### 1.3 Система контроля и оценки результатов освоения обучающимися программы учебной дисциплины

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины, курса, модуля включает оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации.

#### **Формы оценочных средств, рекомендуемых к применению при проведении текущего контроля и промежуточной аттестации (по выбору)**

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Задания для самостоятельной работы	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом.	Комплект заданий
2.	Разноуровневые задачи и задания	Различают задачи и задания: Ознакомительного, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; Репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; Продуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения, выполнять проблемные задания.	Комплект разноуровневых задач и заданий

3.	Реферат	Продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.	Темы рефератов
4.	Сообщение Доклад	Продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.	Темы докладов, сообщений
5.	Творческое задание	Частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения. Может выполняться индивидуально или группой обучающихся.	Темы групповых и/или индивидуальных творческих заданий.
6.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Комплект тестовых заданий.
7.	Эссе	Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме.	Тематика эссе.
8.	Ролевая игра	Средство оценки способности	Сценарий, план



		обучающихся к выполнению реальных производственных задач, но в смоделированных условиях, приближенных к реальным	игры
9.	Деловая игра, круглый стол	Средство оценки индивидуальных достижений обучающихся, позволяющее диагностировать уровень теоретических знаний и овладение практическими навыками деятельности в нестандартных ситуациях	Сценарий, план игры
10.	Кейс-задачи	Ситуация, представляемая в форме профессионально смоделированной задачи, в процессе решения которой у обучающего оценивается навык анализа профессиональных ситуаций, критического оценивания различных точек зрения, умение работать с информацией, способность моделировать решение профессиональной задачи	Комплект кейс-задач

## Соотношение типов заданий и критериев оценки

№	Тип (вид) задания	Критерии оценки
1.	Практическая работа	Критерии и нормы оценки практических работ.
2.	Тесты	Шкала оценки образовательных достижений.
3.	Устные ответы	Критерии и нормы оценки устных ответов.
4.	Ситуационная задача	Критерии и нормы оценки ситуационной задачи
5.	Ролевая игра, деловая игра, круглый стол	Критерии и нормы оценки к деловой игре (ролевой игре, дискуссии, круглому столу, конференции и т.п.)
6.	Проверка конспектов, рефератов, творческих работ, презентаций	Соответствие содержания работы заявленной теме; правилам оформления работы.

## Критерии и нормы оценки практических работ

«5»	сформированность терминологического аппарата; владение системой знаний на уровне осознанного применения при выполнении учебных/ учебно-профессиональных действий; оригинальность решения, в том числе при решении нестандартных задач; гибкость, системность, глубину мышления; применение методов, адекватных поставленной цели и задачам; выполнение работы в логической последовательности; грамотное использование символики и графических средств; проявление высокого уровня самостоятельности; от 90 до 100% правильность выполнения практической работы
«4»	сформированность терминологического аппарата; владение программным материалом для выполнения учебных/ учебно-профессиональных действий, применение освоенных алгоритмов в типовой (знакомой) ситуации; применение методов, адекватных поставленной цели и задачам; выполнение работы в логической последовательности; грамотное использование символики и графических средств; выполнение практической работы самостоятельное; правильность выполнения – от 70 до 89%.
«3»	недостаточную сформированность терминологического аппарата; недостаточное владение программным материалом для выполнения учебных/ учебно-профессиональных действий; применение освоенных

	алгоритмов в типовой (знакомой) ситуации с незначительными нарушениями; применение нерациональных методов для выполнения практической работы; отступление от логической последовательности при выполнении работы; неточность использования символики и графических средств; проявление недостаточного уровня самостоятельности (выполнение работы с помощью преподавателя); правильность выполнения – от 51 % до 69%
«2»	недостаточную сформированность либо несформированность терминологического аппарата; недостаточное владение программным материалом для выполнения учебных/ учебно-профессиональных действий; применение освоенных алгоритмов в типовой (знакомой) ситуации со значительными нарушениями; применение нерациональных методов для выполнения практической работы; нарушение логической последовательности при выполнении работы; неточность использования символики и графических средств; проявление недостаточного уровня самостоятельности (выполнение работы с помощью преподавателя); правильность выполнения – менее 50 %
«1»	за полное незнание и непонимание учебного материала или отказ отвечать

### Шкала оценки образовательных достижений (тестов)

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
89 ÷ 70	4	хорошо
69 ÷ 51	3	удовлетворительно
менее 50	2	неудовлетворительно

### Критерии и нормы оценки устных ответов

«5»	за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала, в котором обучающиеся легко ориентируются, за умение связывать теорию с практикой, высказывать и обосновывать свои суждения. Отличная отметка предполагает грамотное, логическое изложение ответа
«4»	если обучающийся полно освоил материал, владеет понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, грамотно излагает ответ, но содержание, форма ответа имеют отдельные недостатки

«3»	если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности в определении понятий, не умеет доказательно обосновывать свои суждения
«2»	если обучающийся имеет разрозненные, бессистемные знания, не умеет выделять главное и второстепенное, допускает ошибки в определении понятий, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал
«1»	за полное незнание и непонимание учебного материала или отказ отвечать

### **Критерии и нормы оценки ситуационной задачи**

«5»	Ответ на вопрос задачи дан правильный. Объяснение хода ее решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями, с использованием демонстрационного материала (при необходимости), с правильным и свободным владением профессиональной терминологией; ответы на дополнительные вопросы верные, четкие
«4»	Ответ на вопрос задачи дан правильный. Объяснение хода ее решения подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании, а также при пояснении демонстрационного материала (при необходимости); ответы на дополнительные вопросы верные, но недостаточно четкие
«3»	Ответ на вопрос задачи дан правильный. Объяснение хода ее решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием, со значительными затруднениями и ошибками в пояснении использованного (при необходимости) демонстрационного материала; ответы на дополнительные вопросы недостаточно четкие, с ошибками в деталях
«2»	Ответ на вопрос задачи дан неправильный. Объяснение хода ее решения представлено неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования, без умения пояснять демонстрационный материал (при необходимости); ответы на дополнительные вопросы неправильные или отсутствуют

### **Критерии и нормы оценки подготовки к деловой игре (ролевой игре, дискуссии, круглому столу, конференции и т.п.)**

«5»	обучающийся представил подготовленный материал, отвечающий заявленным требованиям; качество подготовленных материалов соответствует всем перечисленным критериям: <ul style="list-style-type: none"> <li>– соответствие подготовленного материала заявленной теме;</li> <li>– качество подготовленных материалов;</li> </ul>
-----	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– групповой характер работы;</li> <li>– упорядоченный и направляемый обмен мнениями с соответствующей организацией места и времени работы, но на основе самоорганизации участников;</li> </ul> <p><b>направленность на достижение учебных целей</b></p>
«4»	<p>обучающийся представил подготовленный материал, отвечающий заявленным требованиям; качество подготовленных материалов не соответствует одному из критериев:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– соответствие подготовленного материала заявленной теме;</li> <li>– качество подготовленных материалов:</li> <li>– групповой характер работы;</li> <li>– упорядоченный и направляемый обмен мнениями с соответствующей организацией места и времени работы, но на основе самоорганизации участников;</li> </ul> <p><b>направленность на достижение учебных целей</b></p>
«3»	<p>обучающийся представил подготовленный материал, отвечающий заявленным требованиям; качество подготовленных материалов не соответствует двум-трем из критериев:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– соответствие подготовленного материала заявленной теме;</li> <li>– качество подготовленных материалов:</li> <li>– групповой характер работы;</li> <li>– упорядоченный и направляемый обмен мнениями с соответствующей организацией места и времени работы, но на основе самоорганизации участников;</li> </ul> <p><b>направленность на достижение учебных целей</b></p>
«2»	<p>обучающийся не подготовил материал</p>

### **Критерии и нормы оценки промежуточной аттестации**

Оценки **«отлично»** заслуживает обучающийся, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять практическое задание, усвоивший общие и профессиональные компетенции, соответствующие ФГОС, усвоивший взаимосвязь основных понятий тем и их значение для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности. Обучающийся освещает различные вопросы программного материала, делает содержательные выводы, демонстрирует знание специальной литературы в рамках учебного методического комплекса и дополнительных источников информации, в том числе Интернет-ресурсов.

На оценку **«хорошо»** оценивается ответ, если обучающийся при ответе продемонстрировал системные знания и умения по поставленным вопросам. Содержание вопроса изложил связно, грамотным языком, раскрыл последовательно суть изученного материала, демонстрируя прочность полученных знаний и умений, но при ответе были допущены незначительные ошибки, нарушалась последовательность изложения или отсутствовали некоторые несущественные элементы содержания тем.

Оценки **«удовлетворительно»** заслуживает обучающийся, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по

специальности/профессии, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой, но, у обучающегося обнаружены неточности в развернутом раскрытии понятий, терминов, определений, план ответа выстроен непоследовательно, в ответе допущены погрешности, исправленные под руководством преподавателя.

Оценка «**неудовлетворительно**» выставляется обучающемуся, если в ответе обнаружены пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, недостаточно раскрыты понятия, термины, допущены принципиальные ошибки в выполнении практических заданий. Ответ содержит ряд серьезных неточностей. Выводы поверхностны.

### **Результаты оценки уровня освоения дисциплины (модуля) и компетенций обучающимися при текущем контроле успеваемости**

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Формы текущего контроля успеваемости*</b>	<b>Показатели</b>	<b>Уровень освоения</b>	<b>Результаты оценки</b>
ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам. ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном	Контрольная работа, фронтальный опрос, тест, решение задач	обучающийся овладел необходимыми компетенциями, приобрёл знания, умения; выполнил 100% заданий, подлежащего текущему контролю успеваемости самостоятельно и в требуемом объеме; обучающийся проявил умение обобщать, систематизировать и научно классифицировать материал, анализировать показатели с подробными пояснениями и аргументированными выводами	освоил	отлично

<p>языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.</p>	<p>обучающийся приобрел знания, умения; овладел компетенциями (сформировал полностью или частично (не менее 70% компетенций)), закрепленные рабочей программой учебного предмета, курса, дисциплины (модуля), практической подготовкой, обучающийся выполнил 75% экзаменационных испытаний, или при выполнении допущены незначительные ошибки; обучающийся показал владение навыками систематизации материала; проявил умение обобщать, систематизировать и научно классифицировать материал; задания выполнил по стандартной методике без ошибок; сделал выводы по анализу показателей, но даны недостаточно полные пояснения</p>	<p>освоил</p>	<p>хорошо</p>
	<p>обучающийся овладел необходимыми компетенциями (сформировал частично (не менее 50% компетенций), приобрел знания, умения; не менее 50% задания, подлежащего текущему контролю успеваемости, выполнил по стандартной методике без существенных ошибок; сделал выводы по анализу показателей, но даны недостаточно полные пояснения</p>	<p>частично освоил</p>	<p>удовлетворительно</p>
	<p>обучающийся не приобрел знания, умения и не овладел компетенциями в объеме или выполнил менее чем на 50% с грубыми ошибками</p>	<p>не освоил</p>	<p>неудовлетворительно</p>

**Результаты оценки уровня освоения дисциплины (модуля) и компетенций обучающимися при промежуточной аттестации**

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Формы промежуточной аттестации (зачет, дифференцированный зачет, экзамен, защита курсовой работы)</b>	<b>Показатели</b>	<b>Уровень освоения</b>	<b>Результаты оценки</b>
<p>ОК 1. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам. ОК 5. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.</p>	<p>Дифференцированный зачет</p>	<p>обучающийся овладел необходимыми компетенциями, приобрёл знания, умения; выполнил 100% заданий, подлежащего текущему контролю успеваемости самостоятельно и в требуемом объеме; обучающийся проявил умение обобщать, систематизировать и научно классифицировать материал, анализировать показатели с подробными пояснениями и аргументированными выводами</p>	<p>освоил</p>	<p>отлично</p>



		<p>обучающийся приобрел знания, умения; овладел компетенциями (сформировал полностью или частично (не менее 70% компетенций)), закрепленные рабочей программой учебного предмета, курса, дисциплины (модуля), практической подготовкой, обучающийся выполнил 75% экзаменационных испытаний, или при выполнении допущены незначительные ошибки; обучающийся показал владение навыками систематизации материала; проявил умение обобщать, систематизировать и научно классифицировать материал; задания выполнил по стандартной методике без ошибок; сделал выводы по анализу показателей, но даны недостаточно полные пояснения</p>	освоил	хорошо
		<p>обучающийся овладел необходимыми компетенциями (сформировал частично (не менее 50% компетенций), приобрел знания, умения; не менее 50% задания, подлежащего текущему контролю успеваемости, выполнил по стандартной методике без существенных ошибок; сделал выводы по анализу показателей, но даны недостаточно полные пояснения</p>	частично освоил	удовлетворительно

		обучающийся не приобрел знания, умения и не овладел компетенциями в объеме или выполнил менее чем на 50% с грубыми ошибками	не освоил	неудовлетворительно
--	--	---	-----------	---------------------

## 2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1 Оценочные средства для текущего контроля образовательных результатов обучающихся

### ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Тема Матрицы и определители

Фронтальный опрос

1 Что называется матрицей?

2 Перечислите основные виды матриц.

3 Как определяются основные действия над матрицами?

4 Что называется определителем второго, третьего, n-го порядков?

5 Назовите основные свойства определителей.

6 Что называется минором, алгебраическим дополнением элемента определителя?

7 Какая матрица называется обратной по отношению к данной матрице?

Как найти матрицу, обратную данной?

8 Что называется рангом матрицы? Как найти ранг матрицы?

Проверочная работа 1 Матрицы и определители

I вариант

1 Даны матрицы:

2 3 5

4 3 1

2 3 0

A;

1 2 3

2 3 2

1 0 5

B

Найти:

а) произведение A и B; (2балла)

14

б) алгебраические дополнения матрицы B; (2балла)

в) определитель матрицы A по правилу треугольников; (3балла)

г) определитель матрицы A разложением по строке. (3балла)

2 Вычислить определитель, используя разложение по элементам строки или столбца

3 2 2 2

3 0 4 1

1 3 1 0

2 0 3 1

(5баллов)

II вариант

1 Даны матрицы:

1 2 3

2 0 4

1 3 1

A;

3 2 1

1 1 2

2 0 1

B

Найти:

а) произведение A и B;

б) алгебраические дополнения матрицы B;

в) определитель матрицы A по правилу треугольников;

г) определитель матрицы A разложением по строке. (3балла)

2 Вычислить определитель, используя по элементам строки или столбца

3 3 1 2

6 3 1 3

1 0 0 3

1 1 2 3

(5баллов)

Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» – 9-10 баллов

Хорошо «4» – 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» – 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» – 0-4 балла

Проверочная работа. Обратная матрица. Ранг матрицы

### Проверочная работа. Матрицы и определители

#### I вариант

$$1 \text{ Даны матрицы: } A \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -4 & 3 & 1 \\ & & 2 \end{vmatrix}; \quad B \begin{vmatrix} 1 & 0 & -5 \\ -2 & 3 & 2 \\ & & 2 \end{vmatrix}$$

Найти:

а) произведение A и B;

- б) алгебраические дополнения матрицы В;  
 в) определитель матрицы А по правилу треугольников; г) определитель матрицы А разложением по строке.  
 2 Вычислить определитель, используя разложение по элементам строки или столбца

$$\begin{vmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{vmatrix}$$

### II вариант

1 Даны матрицы:  $A = \begin{vmatrix} \vdots & 3 \\ \vdots & 0 \\ \vdots & p^{-2} \end{vmatrix}$ ;  $B = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

Найти:

- а) произведение А и В;  
 б) алгебраические дополнения матрицы В;  
 в) определитель матрицы А по правилу треугольников;  
 г) определитель матрицы А разложением по строке.  
 2 Вычислить определитель, используя по элементам строки или столбца
- 1 1 2 3  
 1 0 0 3  
 6 3 1-3  
 3 3 1-2

## Проверочный тест.

1 Что называется матрицей?

- а) набор текстовых символов, расположенных в определенном порядке;
- б) прямоугольная таблица чисел, содержащая  $m$  строк и  $n$  столбцов;
- в) одномерный массив чисел, состоящий из элементов;
- г) форма представления наглядного материала.

2 Выберите правильное утверждение:

- а) матрица может иметь любое число строк и столбцов.
- б) матрица всегда имеет одинаковое число строк и столбцов.
- в) матрица не может состоять из одной строки.
- г) матрица не может состоять из одного столбца.

3 Какой закон умножения не выполняется при операциях над матрицами?

- а) дистрибутивный;
- б) ассоциативный;
- в) умножение числа на произведение матриц;
- г) коммутативный.

4 Чтобы умножить две матрицы надо...

- а) умножить их соответствующие элементы;
- б) строки первой умножить на столбцы второй и просуммировать;
- в) строки первой умножить на строки второй и просуммировать;
- г) их транспонировать и перемножить элементы.

5 Что такое транспонирование матрицы?

- а) перестановка местами столбцов матрицы;
- б) изменение знака у всех элементов матрицы;
- в) перестановка местами строк матрицы;
- г) перестановка местами строк и столбцов с сохранением порядка.

6 При перестановке двух строк (столбцов) матрицы ее определитель.

- а) будет равен 0;
- б) не изменится;
- в) меняет знак на противоположный;
- г) сумме элементов переставленных строк (столбцов).

7 Если элементы любой строки определителя умножить на соответствующие алгебраические дополнения и произведения сложить, то получим:

- а) отрицательное число;
- б) ноль;
- в) любое число;
- г) величину определителя.

8 Как изменится определитель матрицы четвертого порядка, если каждый её элемент умножить на 2?

- а) увеличится в 4 раза;
- б) увеличится в 16 раз;
- в) увеличится в 8 раз;
- г) увеличится в 2 раза.

9 Матрица  $A^{-1}$  называется обратной к матрице  $A$ , если

- а) она читается справа налево также как  $A$  слева направо;
- б)  $A \cdot E = A^{-1} \cdot E = A^{-1}$ ;
- в)  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$ , где  $E$  - единичная матрица;
- г) если после транспонирования она совпадает с данной.

10 Обратная матрица для данной матрицы не существует, если

- а) определитель данной матрицы равен нулю;
- б) в данной матрице хоть один элемент нулевой;
- в) данная матрица невырожденная;
- г) в данной матрице элементы главной диагонали нулевые.

11 Рангом матрицы называется

- а) наивысший порядок ненулевых миноров;
  - б) количество ненулевых элементов;
- г) При умножении матрицы на число, достаточно все ее элементы умножить на это число.
- Тема. Системы линейных уравнений и методы их решений**
- а) Общий вид системы линейных уравнений.
  - б) Какие системы называются однородными, неоднородными?
  - в) Что называется решением системы линейных уравнений?
  - г) Какие системы называются определенными, неопределенными?
- д) Напишите формулу Крамера решения системы линейных уравнений. В каких случаях их можно использовать?
- е) Назовите схему решения системы линейных уравнений по методу Гаусса.
- ж) Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли.
  - з) Опишите матричный способ решения системы линейных уравнений.

### Проверочная работа. Методы решения систем линейных уравнений 1 вариант

- 1 Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 &= 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

- 2 Решить систему уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 3x_3 &= 2 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

- 2 Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= 9 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 5 \\ 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 &= 16 \\ x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 &= 5 \end{aligned}$$

### I вариант

- 1 Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{aligned} 4x_1 - 2x_2 - x_3 &= 1 \\ 5x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - 3x_3 &= 0 \end{aligned}$$

- 2 Решить систему уравнений методом обратной матрицы

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 5x_3 &= 4 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= -1 \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

- 3 Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 11 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 &= 12 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 &= 13 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 14 \end{aligned}$$

### Тестовые задания

- 1 Решением системы линейных уравнений являются

- а) совокупность значений неизвестных, при подстановке которых в уравнения системы, обращают их в тождества;
- б) приближенные значения неизвестных;
- в) свободные члены линейных уравнений;
- г) совокупность значений неизвестных, при подстановке которых в уравнения системы, не обращают их в тождества.

**2** Система линейных уравнений называется определенной, если

- а) она имеет единственное решение;
- б) она имеет два решения;
- в) она имеет бесконечное множество решений;
- г) она не имеет решений.

**3** Две системы линейных уравнений являются эквивалентными, если

- а) не имеют решения;
- б) имеют несколько решений;
- в) имеют одни и те же решения;
- г) имеют точное решение.

**4** При решении системы линейных уравнений с квадратной матрицей коэффициентов  $A$  формулы Крамера можно применять, если

- а) одно из уравнений системы является линейной комбинацией остальных;
- б) ранг матрицы  $A$  равен числу ее неизвестных;
- в) определитель матрицы  $>1$  отличен от нуля;
- г) столбец свободных членов является ненулевым.

## Тема. Основы алгебры векторов

- 1 Какие величины называются скалярными? векторными?
- 2 Какие два вектора называются равными?
- 3 Какие векторы называются коллинеарными? компланарными?
- 4 Как сложить два вектора? Как их вычесть?
- 5 Как найти координаты вектора по координатам точек его начала и конца?
- 6 Назовите правила сложения, вычитания векторов, заданных в координатной форме. Как умножить вектор на скаляр?
- 7 Как найти длину вектора?
- 8 Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
- 9 Перечислите основные свойства скалярного произведения.
- 10 Как найти скалярное произведение двух векторов по их координатам?
- 11 Напишите формулу для определения угла между двумя векторами.
- 12 Напишите условия: коллинеарности двух векторов; их перпендикулярности.

### Проверочная работа Векторы. Действия с векторами

#### I вариант

- 1 Разложение вектора  $a$  по единичным векторам  $i, j, k$  имеет вид:  $a = 3i + 4j - 2k$ .  
Найти координаты вектора  $a$  и его (1 балл) длину.  
2 Известны координаты точек:  $O(0;0;0)$ ,  $A(-5;2)$ ,  $B(7;-7)$ ;  
а) Постройте вектор  $OC = OA + 2OB$ ;  
б) Найдите расстояние между точками А и В.
- 4 Даны два вектора  $a = 3z - 4j + 2k$  и  $b = -i + 4j + 8k$ .  
Найти  $fp - 3b; a + 2b$ .
- 5 Даны вершины треугольника  $A(-1;2;4)$ ,  
 $B(-4;2;0)$ ,  $C(-2;1)$  Найдите угол ABC.

#### II вариант

- 1 Разложение вектора  $a$  по единичным векторам  $i, j, k$  имеет вид:  $a = 2i - 5j - 4k$ .  
Найти координаты вектора  $a$  и его длину.
- 2 Известны координаты точек:  $O(0;0;0)$ ,  $A(-1;1)$ ,  $B(-2;1;0)$   
а) Постройте вектор  $OC = OA + 2OB$ ;  
б) Найдите расстояние между точками А и В.
- 3 Даны два вектора  $a = -i + 2j - 3k$  и  $b = 3z + 5j - 7k$ .  
Найти  $3a - 2b; 2a + b$ .
- 4 Даны вершины треугольника  $A(2;-3)$ ,  $B(1;-1)$ ,  $C(1;2;1)$ . Найдите угол ABC.

#### Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» - 9-10 баллов

Хорошо «4» - 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» - 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» - 0-4 балла

#### Тестовые задания

#### Спецификация теста:

11 Тест гомогенный;



- 12 Тест закрытой формы;
- 13 Количество заданий - 13;
- 14 Время выполнения задания - 20 мин.;
- 15 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный - 0 баллов.

**Инструкция:** выберите правильный вариант ответа.

**Критерии оценки:**

- 5” - 12-13 баллов
- 4” - 10-11 баллов
- 3” - 8-9 баллов

**1** Вектором называется

- а) направленный отрезок любой кривой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка - начало вектора, вторая - конец вектора;
- б) отрезок прямой, у которого различают начало и конец;
- в) направленный отрезок прямой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка - начало вектора, вторая - конец вектора;
- г) направленный отрезок прямой, у которого ограничивающие его точки берутся в определенном порядке: первая точка - конец вектора, вторая - начало вектора.

**2** Векторы называются коллинеарными, если они лежат

- а) только на одной прямой;
- б) только на параллельных прямых;
- в) на пересекающихся прямых;
- г) либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.

**3** Векторы называются компланарными, если они лежат

- а) только в одной плоскости;
- б) только в параллельных плоскостях;
- в) либо в одной плоскости, либо в параллельных плоскостях;
- г) взаимно противоположные векторы.

**4** Суммой векторов  $a$  и  $b$ ,  $a + b$  называется вектор, идущий

- а) из конца вектора  $b$  в начало вектора  $a$ ;
- б) из конца вектора  $b$  в любом направлении;
- в) из начала вектора  $a$  в конец вектора  $b$ ;
- г) из конца вектора  $a$  в направлении противоположном вектору  $b$ .

**5** Ортонормированным базисом называется

- а) совокупность трех взаимно перпендикулярных векторов  $i, j, k$ ;
- б) совокупность трех взаимно перпендикулярных векторов  $i, j, k$  с произвольной длиной;
- в) совокупность трех взаимно перпендикулярных векторов  $i, j, k$  с длиной равной единице;
- г) совокупность векторов  $e, e_2, e_3$  произвольной длины.

Скалярным произведением векторов  $a$  и  $b$  называется

- а) число, обозначаемое  $(a;b)$  либо  $a-b$ , равно  $|a|/|b| \cdot \sin^2$ ;
- б) вектор ортогональный к векторам  $a$  и  $b$ , длиной  $|a| \cdot |b| \cdot \cos \langle p \rangle$ ;
- в) число, вычисляемое по формуле  $|a| \cdot |b| \cdot \operatorname{tg}(p)$ ;
- г) число  $|a|/|b| \cdot \cos^2 \langle p \rangle$ , обозначаемое  $(a; b)$  либо  $a-b$ .

Если  $a(a_1, a_2, a_3)$ ,  $b(b_1, b_2, b_3)$ , то  $(a;b)$  равно

- а)  $(a; b) = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$
- б)  $(a; b) = a_1 \cdot b_1 - a_2 \cdot b_2 - a_3 \cdot b_3$
- в)  $(a; b) = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$
- г)  $(a; b) = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$

8 Всякие два вектора, лежащие на одной прямой, ...

- а) ортогональны;
- б) коллинеарны;
- в) линейно независимы;
- г) сонаправлены.

9 В базисе  $e_1, e_2, e_3$  векторы  $a = -3e_1 + e_2 + e_3$ ,  $b = e_1 + e_2 + e_3$  имеют координаты:  $a = (3; 0; 0)$ ,  $b = (1; 0; 0)$ ;

а)  $a = (-3; 0; 1)$ ,  $b = (1; 0; 1)$ ;

в)  $a = (3; 0; -1)$ ,  $b = (1; 0; 1)$ ;

г)  $a = (-3; 0; 0)$ ,  $b = (1; 0; 1)$ .

10 Найти число  $X$ , при котором векторы  $a = (4, 6, -2)$  и  $b = (-1, 3, X)$  будут

перпендикулярны:

- а)  $X = 5$ ;
- б)  $X = -6$ ;
- в)  $X = 7$ ;
- г)  $X = -5$ .

11 Даны векторы  $a = (1, 2, -3)$  и  $b = (4, -1, 2)$ . Найти  $(3a - 2b; a + b)$

- а) 0;
- б) 64;
- в) -5;
- г) -4.

Дайте определение уравнения прямой.

Напишите уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору, общее уравнение прямой. Напишите параметрические уравнения прямой.

Напишите каноническое уравнение прямой.

Напишите уравнения прямой: а) с угловым коэффициентом; б) проходящей через данную точку в данном направлении; в) проходящей через две данные точки; г) в «отрезках».

Напишите формулу для определения угла между двумя прямыми. Каковы условия параллельности и перпендикулярности двух прямых?

## Проверочная работа. Прямая на плоскости

### I вариант

Написать уравнение прямой, проходящей через точки А и В, если  $A(-3; 2)$ ,  $B(-3; 3)$ . (1 балл)

Общее уравнение прямой  $-2x + 3y + 6 = 0$  преобразовать к уравнению в отрезках. (1 балл)

Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $B(4; -2)$  параллельно вектору  $\vec{s}(1; 3)$ . (1 балл)

Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-3; 4)$  и составляющей с положительным направлением оси  $OX$  угол  $60^\circ$ . (1 балл)

Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0$  и перпендикулярно вектору  $AB$ , если известны координаты  $M_0(2; 2)$ ,  $A(1; -3)$ ,  $B(6; -5)$ .

Определить взаимное расположение 2-х прямых  $2x - 5y - 20 = 0$  и  $5x + 2y - 10 = 0$ .

Определить угол между прямыми  $x + 5y + 9 = 0$  и  $2x + y - 5 = 0$ .

### II вариант

Написать уравнение прямой, проходящей через точки А и В, если  $A(4; 3)$ ,  $B(8; 8)$ .

Общее уравнение прямой  $2x - 3y + 6 = 0$  преобразовать к уравнению в отрезках.

Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $B(3; -3)$  параллельно вектору  $\vec{s}(1; 4)$ .

Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(5; 5)$  и составляющей с положительным направлением оси  $OX$  угол  $45^\circ$ .

Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0$  и перпендикулярно вектору  $AB$ , если известны координаты  $M_0(2; 2)$ ,  $A(1; -3)$ ,  $B(6; -5)$ .

Определить взаимное расположение 2-х прямых  $2x - 3y - 21 = 0$  и  $3y = 2x - 24$ .

Определить угол между прямыми  $2x - 3y + 1 = 0$  и  $x - y + 4 = 0$ .

### Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» - 9-10 баллов

Хорошо «4» - 7-8 баллов

Удовлетворительно «3» - 5-6 баллов Неудовлетворительно «2» - 0-4 балла

## Тема. Кривые второго порядка

### 2 Фронтальный опрос

- В Дайте определение эллипса и назовите его каноническое уравнение. Что такое большая и малая полуоси эллипса, его фокусы, вершины? Укажите их координаты.
- В Что такое эксцентриситет эллипса, какой он по значению, что он характеризует?
- 3 Дайте определение гиперболы и назовите ее каноническое уравнение. Что такое действительная и мнимая полуоси гиперболы, асимптоты, фокусы, вершины? Укажите их координаты.
- 4 Что такое эксцентриситет гиперболы, какой он по значению ?
- 5 Дайте определение параболы .
- 6 Укажите каноническое уравнение параболы в зависимости от ее расположения на координатной плоскости.
- 7 Что такое параметр параболы, фокус и директриса параболы?

## Проверочная работа. Кривые второго порядка

### I вариант

- 1 Составить уравнение эллипса с фокусами на оси  $OX$ , если (2балла) фокусное расстояние равно 20, эксцентриситет равен  $\frac{5}{6}$ .

22

Дана гипербола  $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{63} = 1$ . Найти ее эксцентриситет.

81

Дана парабола  $x^2 + 6x - 12y - 3 = 0$ . Составить уравнение ее директрисы.

Найти координаты фокусов и эксцентриситет эллипса, описываемого уравнением  $3x^2 + 9y^2 = 2$ .

Дана гипербола  $\frac{x^2}{625} - \frac{y^2}{25} = 1$ . Написать уравнение гиперболы, если ее фокусы находятся в точках  $F_1(-3,0)$  и  $F_2(3,0)$ , а длина действительной полуоси равна 4.

Написать каноническое уравнение параболы, расположенной симметрично оси  $OX$ , имеющей вершину в начале координат и проходящей через точку  $D(2,4)$ .

### II вариант

Составить уравнение эллипса с фокусами на оси  $ox$ , если фокусное расстояние равно 90, эксцентриситет равен  $\frac{1}{2}$ . Найти ее эксцентриситет.

Дана парабола  $y^2 + 8y + 28x + 72 = 0$ . Составить уравнение ее директрисы.

Найти координаты фокусов и эксцентриситет эллипса, описываемого уравнением  $2x^2 + 8y^2 = 16$ .

Написать уравнение гиперболы, если ее фокусы находятся в точках  $F_1(1,0)$ ,  $F_2(5,0)$ .

$C_0$ , <sup>a</sup> длина ее действительной оси равна 8.

Написать каноническое уравнение параболы, расположенной симметрично оси  $Ox$ , имеющей вершину в начале координат и проходящей через точку  $D$  <;3

### Критерии оценки проверочной работы

Отлично «5» - 9-10 баллов

Хорошо «4» - 7-8 баллов Удовлетворительно «3» - 5-6 баллов

Неудовлетворительно «2» - 0-4 балла

### Тестовый контроль

#### Спецификация теста:

- 1 Тест гомогенный;
- 2 Тест закрытой формы;
- 3 Количество заданий - 15;
- 4 Время выполнения задания - 20 мин.;

5 За правильный ответ испытуемый получает 1 балл, за неправильный - 0 баллов.

**Инструкция:** выберите правильный вариант ответа.

#### Критерии оценки:

- 5” - 14-15 баллов
- 4” - 11-13 баллов
- 3” - 8-10 баллов

1 Дан треугольник с вершинами  $A (-2; 0)$ ,  $B (2; 4)$  и  $C (4; 0)$ . Укажите координаты середины стороны  $AB$ .

- а)  $(2; -2)$ ;
- б)  $(0; 2)$ ;
- в)  $(2; 2)$ ;
- г)  $(3; 2)$ ;

Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым

$$y - y_1 = \frac{-1}{k}(x - x_1)$$

коэффициентом

имеет вид:

$$J - J_1 = \phi - \% 1),$$

имеет вид:

- б)
- а)

между двумя прямыми находится по формуле:

а) 
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$$

б) 
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1 + k_1 k_2}{k_2 - k_1}$$

$$\text{в) } \operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 + k_1}{1 - k_1 k_2}$$

Уравнен

ие прямой, проходящей через две заданные точки

$$\text{а) } \frac{x_1 - x}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$$

$$\text{в) } \frac{x_2 - x_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$$

$$\text{б) } \frac{x_1 - x}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$$

$$\text{в) } \frac{x_2 - x_1}{x - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$$

7 Уравнение прямой заданной точкой А(2,1) и направляющим

$$k_1 = -\frac{1}{k_2}$$

вектором

$$I =$$

$$\text{а) } 5x - 3y - 7 = 0$$

$$\text{б) } 3x + y - 7 = 0$$

$$\text{в) } 4x - 2y - 6 = 0$$

$$\text{г) } 6x - y - 11 = 0$$

8 Уравнение прямой проходящей через точку М(1;2) и образующей с осью Ох угол в  $45^\circ$  имеет вид ...

$$\text{а) } 2x - y = 0$$

$$\text{б) } 3x - 2y + 1 = 0$$

$$\text{в) } x - 2y + 3 = 0$$

$$\text{г) } x - y + 1 = 0$$

9 Взаимное расположение прямых  $4x - 2y - 6 = 0$  и  $8x - 4y - 2 = 0$  на плоскости - прямые...

а) параллельны

б) пересекаются

в) перпендикулярны

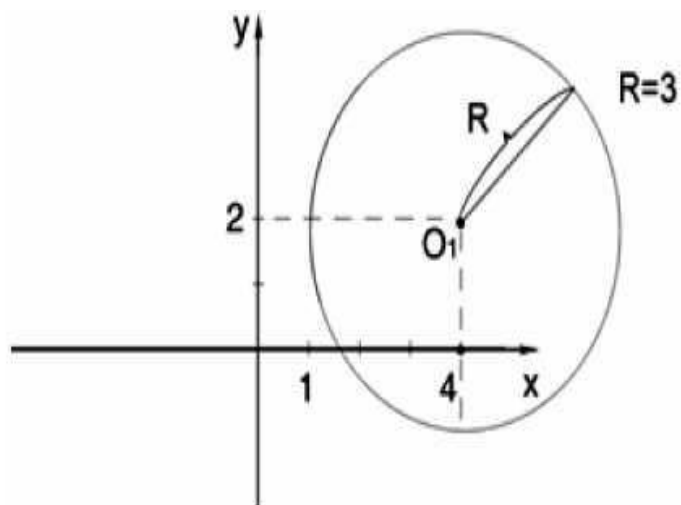
г) совпадают

10 Уравнение прямой, проходящей через точки А(4;-2) и В(5;-4) имеет вид:

в)  $x - 4 \frac{y+2}{-2}$

г)  $\frac{x-4 y+2}{3}$

11 Выбрать уравнение окружности, представленной на рисунке:



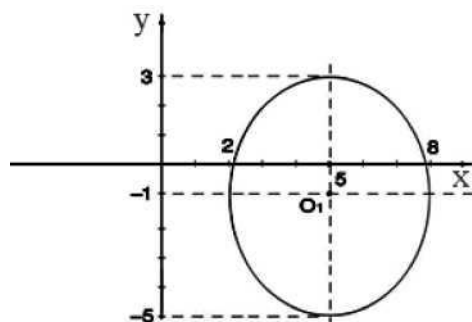
а)  $x^2 + y^2 = 9$

б)  $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 9$

в)  $(x + 4)^2 + (y + 2)^2 = 9$

г)  $(x - 4)^2 - (y - 2)^2 = 9$

12 Выбрать уравнение эллипса, представленного на рисунке:

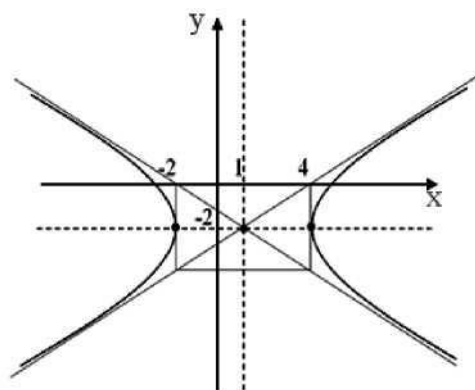


$$\text{а) } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\text{в) } \frac{(x+5)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

$$\text{г) } \frac{(x+5)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

13 Выбрать уравнение гиперболы, представленной на рисунке:



$$\text{а) } \frac{(y+2)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$$

$$\text{б) } \frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x+1)^2}{9} = 1$$

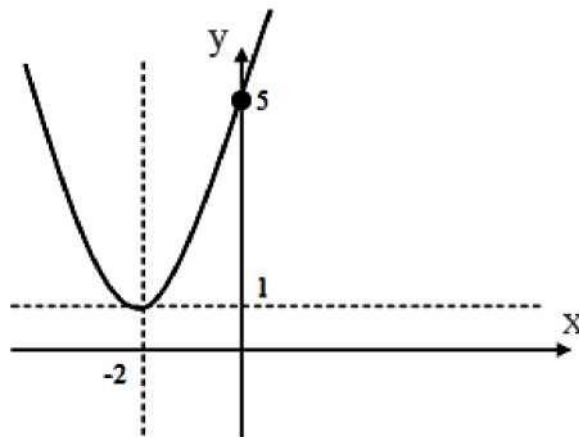
$$\text{в) } \frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$$



$$\text{г) } \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

14 Выберите уравнения параболы, представленной на рисунке

- а)  $y = 2(x + 2)^2$
- б)  $y - 1 = (x + 2)^2$
- в)  $y + 1 = (x - 2)^2$
- г)  $y + (x - 2)^2 = 1$



### Вариант 2

Найти  $z = \cos \frac{71}{8} - i \sin \frac{71}{8}$ ,  $z = \cos \frac{77}{12} - i \sin \frac{77}{12}$ ,  $z$ .

8 Представьте комплексное число в тригонометрической форме  $z = -1 - \sqrt{3}z$ .

г) Вычислить  $\sqrt{i}$  и результат изобразить на комплексной плоскости

### Тестовый контроль

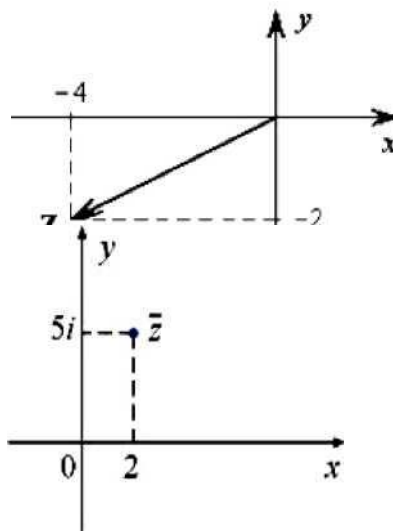
- 1 Сколько форм записи имеет комплексное число?
  - а) 1; б) 2; в) 3; г) 4
- 2 Что представляет собой число  $i$ ?
  - а) число, квадратный корень из которого равен -1;

- б) число, квадрат которого равен  $-1$ ;
  - в) число, квадратный корень из которого равен  $1$ ;
  - г) число, квадрат которого равен  $1$ ;
- 3 Как на координатной плоскости изображается комплексное число?
- а) в виде отрезка;
  - б) точкой или радиус-вектором;
  - в) плоской геометрической фигуры;
  - г) в виде круга
- 4 Кто ввёл название «мнимые числа»?
- а) Декарт;
  - б) Арган;
  - в) Эйлер;
  - г) Кардано.
- 5 В какое множество входят числа  $5$ ;  $3-6i$ ;  $2.7$ ;  $2i$ ?
- а) действительные числа;
  - б) рациональные числа;
  - в) комплексные числа;
  - г) иррациональные числа
- 6 Формулу Муавра можно применять, если комплексное число записано в:
- а) показательной форме
  - б) наглядной форме
  - в) тригонометрической форме
  - г) алгебраической форме
- 7 Формулу Эйлера можно применять, если комплексное число записано в:
- а) показательной форме
  - б) наглядной форме
  - в) тригонометрической форме
  - г) алгебраической форме
- 8 Выберите из предложенных чисел чисто мнимое:
- а)  $z = 5 - 3i$
  - б)  $z = 75i$
  - в)  $z = 32$
  - г)  $z = 0$
- 9 Что называется модулем комплексного числа?
- а) модуль вектора;
  - б) модуль вектора, соответствующего комплексному числу;
  - в) длина, соответствующего комплексному числу вектора;
  - г) длина комплексного числа  $z$ .
- 10 Что называется аргументом комплексного числа?
- а) угол между положительным направлением мнимой оси и вектором, соответствующим  $z$ ;
  - б) величина направленного угла, образованного положительным направлением действительной оси;
  - в) величина любого направленного угла, образованного положительным направлением действительной оси и вектором, соответствующим числу  $z$ ;

г) величина угла, соответствующего комплексному числу  $z$ .

11 Алгебраическая форма комплексного числа  $z$ , изображенного на рисунке, имеет вид:

- а)  $-4 - i$
- б)  $-4 - 2i$
- в)  $-4 - 2i$
- г)  $-4 - 2i$



12 На рисунке изображено число  $z$ . Укажите число  $z$ .

- а)  $z = i$
- б)  $z = 5 + 2i$
- в)  $z = 2 + 5i$
- г)  $z = 2 - 5i$

13 Комплексные числа  $z_1 = a + 2i$   $z_2 = 4 + 2b - i$  являются комплексно

сопряженными при

- а)  $a = 4; b = 1$ ;
- б)  $a = -4; b = 1$ ;
- в)  $a = 4; b = -1$ ;
- г)  $a = -4; b = -1$ .

14 Деление комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$   $z_2 \neq 0$ , заданных в тригонометрической форме, осуществляется по формуле

- а)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot \left( \cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \cdot \sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)$ ,
- б)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$
- в)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot \left( \sin \frac{\varphi_1}{\varphi_2} + i \cdot \cos \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \right)$ ,
- г)  $\frac{|z_1|}{|z_2|} \cdot (\sin(\varphi_1 - \varphi_2) + i \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$

15 Возведение в степень  $n$  комплексного числа  $z$  осуществляется по формуле

а)  $n \cdot |z| \cdot (\cos(n\varphi) + i \cdot \sin(n\varphi))$

б)  $|z|^n \cdot (\cos(n\varphi) + i \cdot \sin(n\varphi))$

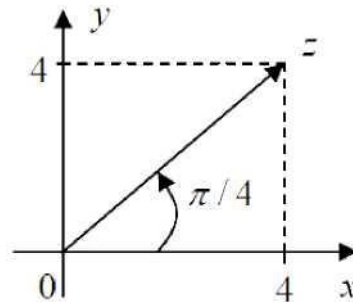
16 На рисунке представлена геометрическая интерпретация комплексного числа. Тогда тригонометрическая форма этого числа имеет вид

а)  $8\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right); \gamma^n$

б)  $4\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right);$

в)  $4 \left( \sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4} \right);$

г)  $4 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right).$



Тема Последовательность. Предел последовательности

- 1 Сформулируйте определение понятия последовательность.
- 2 Что называется пределом числовой последовательности?
- 3 Назовите основные свойства пределов последовательностей.
- 4 Какая последовательность называется бесконечно малой? бесконечно большой?
- 5 Назовите свойства бесконечно малых, бесконечно больших последовательностей.

### Проверочная работа. Предел последовательности

#### I вариант

Найти следующие пределы:

1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 4}{5n - 6n + 1}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 5}{4n^2 + 2n - 7}$

#### II вариант

Найти следующие пределы:

1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - 5n + 2}{3 + 6n - 7n}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 5n^2 + 3n - 4}{n + 2n - 1}$

Что называется функцией?

- а) число;
- б) правило, по которому каждому значению аргумента соответствует одно и только одно значение функции  $y$ ;
- в) правило, по которому каждому значению функции соответствует одно и только одно аргумента  $x$ ;
- г) правило, по которому каждому значению аргумента соответствует множество значений функции  $y$ .

<sup>1</sup> Какая функция называется ограниченной?

- а) функция  $f(x)$  называется ограниченной, если  $m < f(x) < M$ ;
- б) сложная;
- в) функция  $f(x)$  называется ограниченной, если  $f(x) > 0$ ;
- г) функция  $f(x)$  называется ограниченной, если  $f(x) < 0$ ;

<sup>2</sup> Какая точка называется предельной точкой множества  $A$ ?

- а) нулевая;
- б)  $x_0$  называется предельной точкой множества  $A$ , если в любой окрестности точки  $x_0$  содержатся точки множества  $A$ , отличающиеся от  $x_0$ ;
- в) не принадлежащая множеству  $A$ ;
- г) лежащая на границе множества.

<sup>3</sup> Может ли существовать предел в точке в том случае, если односторонние пределы не равны?

- а) да;
- б) иногда;
- в) нет;
- г) всегда.

<sup>4</sup> Является ли произведение бесконечно малой функции на функцию ограниченную, бесконечно малой функцией?

- а) нет;
- б) да;
- в) иногда;
- г) не всегда.

1 Выберите определение непрерывности функции в точке

- а) Функция является непрерывной в точке, если бесконечно малому приращению аргумента в этой точке соответствует бесконечно малое приращение функции;
- б) Функция является непрерывной в точке, если существует конечный предел функции в этой точке;
- в) Точка является точкой непрерывности функции, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки;
- г) Функция  $y$  называется непрерывной в точке  $x$ , если  $\lim \Delta y = y(x)$

2 Выберите определение точки разрыва 1 рода функции  $y$

- а) Точка называется точкой разрыва 1 рода, если односторонние пределы в этой точке не равны друг другу;
- б) Точка является точкой разрыва 1 рода, если эта функция определена в

некоторой окрестности этой точки, но в самой точке не удовлетворяет условию непрерывности;

- в) Точка называется точкой разрыва 1 рода, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен;
- г) Точка разрыва называется точкой разрыва 1 рода, если в этой точке существуют конечные односторонние пределы.

**3** Выберите определение точки разрыва функции

- а) Точка  $x_0$  называется точкой разрыва функции  $f(x)$ , если односторонние пределы в этой точке не равны друг другу;
- б) Точка  $x_0$  называется точкой разрыва функции  $f(x)$ , если в этой точке функция либо не определена, либо определена, но нарушено хотя бы одно из условий определения непрерывности  $f(x)$ ;
- в) Точка  $x_0$  называется точкой разрыва, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен;

г) Точка  $x_0$  называется точкой разрыва функции  $f(x)$ , если  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$ .

**4** Выберите определение точки разрыва 2 рода функции  $f(x)$

- а) Точка  $x_0$  является точкой разрыва 2 рода, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки, но в самой точке не удовлетворяет условию непрерывности;
- б) Точка  $x_0$  является точкой разрыва 2 рода, если  $\lim_{x \rightarrow a-0} y = \lim_{x \rightarrow a+0} y = a'$ ;

- в) Точка  $x_0$  разрыва называется точкой разрыва 2 рода, если в этой точке существуют конечные односторонние пределы;
- г) Точка  $x_0$  разрыва называется точкой разрыва 2 рода, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен.

**5** Выберите определение точки устранимого разрыва

- а) Точка разрыва 1 рода  $x = x_0$  функции  $f(x)$  называется точкой устранимого разрыва, если  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) \neq f(x_0)$ ;
- б) Точка  $x_0$  разрыва называется точкой устранимого разрыва, если в этой точке хотя бы один из односторонних пределов не существует или бесконечен;
- в) Точка  $x_0$  является точкой устранимого разрыва, если эта функция определена в некоторой окрестности этой точки, но в самой точке не удовлетворяет условию непрерывности;

г) Точка  $x_0$  является точкой устранимого разрыва, если  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$ .

## Тема. Дифференциальное исчисление функции одной независимой переменной

### Фронтальный опрос

- 1 Что называется производной функции?
- 2 Каков геометрический, физический смысл производной?
- 3 Как взаимосвязаны непрерывность функции и ее дифференцируемость в точке?

- 4 Напишите основные правила дифференцирования функций.
- 5 Напишите формулы дифференцирования основных элементарных функций.
- 6 Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции.
- 7 Что называется дифференциалом функции?
- 8 Каков геометрический смысл дифференциала функции.
- 9 Перечислите основные свойства дифференциала функции.
- 10 Как найти производную второго, третьего, n-го порядков?
- 11 Как найти дифференциал второго порядка от данной функции?
- 12 Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой  $y = \sin x$  в

точке  $x_0 =$

13 Составить уравнение касательной к кривой  $y = \sin 3x$  в точке  $(y; 0)$ .  
Найти абсциссу точки графика функции  $f(x) = 2(x - 9)^2 + 12$ , в которой касательная параллельна ОХ.

Точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = t^2 + 5t + 1$  (м). Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени  $t = 5c$ .

$7t$

Вычислите дифференциал функции  $y = \ln \operatorname{tg} 2x$  при  $x = \frac{1}{7}$   $dx = 0,03$ .

и

8

Найдите приближенное значение функции  $y = 3x^3 - x^2 + 5x - 1$  при  $x = 3,02$ .

Вычислите приближенное значение величины  $1,02^{\sqrt{e}}$

Найти угол наклона касательной, проведённой к кривой  $y = \cos x$  в

3

точке  $x = -\frac{\pi}{2}$ .

4

Составить уравнение касательной к кривой  $y = \cos 3x$  в точке  $(\frac{\pi}{6}; 0)$ .

Найти абсциссу точки графика функции  $f(x) = 1(x - 6)^2 - 12$ , в которой касательная параллельна ОХ.

Точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = t^2 + 4t - 5$ . Найти мгновенную скорость и ускорение точки в момент времени  $t = 2c$ .

- 1 Если для точки  $x_0$  существует такая окрестность, что для всех значений  $x$  из этой окрестности выполняется неравенство  $f(x) < f(x_0)$ , то точка  $x_0$  называется
  - а) производной;
  - б) критической точкой;
  - в) стационарной точкой;
  - г) точкой максимума;
  - д) точкой минимума;
  - е) точкой перегиба.
- 2 Если большему значению переменной  $x$  из данного промежутка соответствует меньшее значение функции  $y$ , то функция на данном промежутке называется
  - а) возрастающей;
  - б) монотонной;

- в) нечетной;
  - г) убывающей;
  - д) выпуклой вверх;
  - е) выпуклой вниз.
- 3 Если в каждой точке некоторого промежутка производная функции положительная, то функция на данном промежутке
- а) возрастает;
  - б) выпуклая вверх;
  - в) выпуклая вниз;
  - г) убывает;
  - д) ограниченная.
- 4 Точка графика функции, в которой существует касательная и происходит изменение направления выпуклости, называется
- а) точкой максимума;
  - б) точкой перегиба;
  - в) точкой минимума;
  - г) критической точкой;
  - д) точкой экстремума;
  - е) стационарной точкой.
- 5 Если при переходе через критическую точку производная функции меняет знак с минуса на плюс, то данная точка является
- а) критической;
  - б) точкой максимума;
  - в) точкой перегиба;
  - г) точкой минимума;
  - д) точкой разрыва.
- 6 Предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю называется
- а) касательной;
  - б) секущей;
  - в) производной;
  - г) асимптотой;
  - д) дифференциалом.
- 7 Множество значений, которые принимает независимая переменная  $x$ , называется
- а) областью значений функции;
  - б) нулями функции;
  - в) промежутками знакопостоянства функции;
  - г) точками экстремума;
  - д) областью определения функции.
- 8 Если при переходе через критическую точку второго рода вторая производная меняет знак, то соответствующая ей точка графика функции называется
- а) точкой максимума;



- б) точкой экстремума;
  - в) точкой минимума;
  - г) точкой перегиба;
  - д) точкой разрыва.
- 9 Функция, имеющая производную в каждой точке интервала  $(a;b)$ , называется
- а) монотонной;
  - б) возрастающей;
  - в) убывающей;
  - г) ограниченной;
  - д) дифференцируемой;
  - е) непрерывной.
- 10 Внутренняя точка области определения, в которой производная функции равна нулю или не существует, называется
- а) точкой максимума;
  - б) точкой минимума;
  - в) критической;
  - г) точкой экстремума;
  - д) точкой перегиба.
- 11 Если в каждой точке некоторого промежутка вторая производная функции отрицательная, то график функции на данном промежутке
- а) возрастает;
  - б) выпуклый;
  - в) убывает;
  - г) вогнутый;
  - д) отрицательный.

### **Тема. Неопределенный интеграл**

- 1 Сформулируйте определение первообразной функции.
- 2 Что называется неопределенным интегралом от данной функции?
- 3 Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.
- 4 Напишите формулы таблицы основных интегралов.
- 5 В чем сущность метода интегрирования заменой переменной?
- 6 Напишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

### **Тема. Определенный интеграл**

- 1 Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
- 2 Что называется определенным интегралом от данной функции на данном отрезке?
  - 3 Каков геометрический смысл определенного интеграла?
  - 4 Простейшие свойства определенного интеграла.
  - 5 Формула Ньютона-Лейбница.
  - 6 Вычисление определенного интеграла методом замены переменных.
- 7 Вычисление определенного интеграла методом интегрирования по частям.
- 8 Вычислить интегралы методом интегрирования по частям:

$$5 \int_0^1 x e^x dx$$

$$6 \int_0^{e-1} \ln C + 1 dx$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$9 \quad y = -x^2 + 2x + 3 \text{ и } y = 0$$

$$10 \quad y = -x^2 + 10x - 16 \text{ и } y = x + 2$$

### Тема. Дифференциальное исчисление функции многих переменных

- 1 Дайте определение функции двух независимых переменных. Приведите примеры.
- 2 Что называется областью определения функции двух независимых переменных? Каково геометрическое изображение функции двух переменных?
- 3 Что называется частным и полным приращением функции двух независимых переменных?
  - 4 Сформулируйте определение предела функции двух переменных.
  - 5 Какая функция называется непрерывной в точке? в области?
- 6 Дайте определение частных производных первого порядка функции двух переменных. Каков их геометрический смысл?
  - 7 Что называется полным дифференциалом функции двух переменных?
- 8 Как найти частные производные второго порядка функции двух переменных?

### Проверочная работа. Частные производные функции

- 1 Найти область определения функции  $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ .
- 2 Показать, что функция  $z = 4x \cos y$  удовлетворяет уравнению

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{2}$$

- 3 Найти частные производные функции:
  - а)  $z = x^y$
  - б)  $z = \sqrt[n]{x+y}$
  - в)  $z = 4x - \cos^2 y$
- 4 Вычислить дифференциал функции  $z = \ln X^2 + y^2$ .

3.2 РТ

$$7 C_3 2 \text{ — } 3$$

$z = x^y$ . Проверить, что  $z^x y^{-z} y^x$ .

### Тема. Дифференциальные уравнения первого порядка

- а) Что называется дифференциальным уравнением?
- б) Что называется общим решением дифференциального уравнения? частным решением?
- в) Каков геометрический смысл частного решения дифференциального уравнения первого порядка?
- г) Приведите примеры дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.

д) Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным? однородным? Укажите способ их решения.

Проверочная работа Дифференциальные уравнения первого порядка  
вариант

Найти частное решение уравнения  $y' + y = x^2$ ,  $y(1) = 1$ .

Найти общее решение уравнения  $x^5 + y^2 dx + yu/4 + x^2 dy = 0$ .

Решить задачу Коши  $y^2 dx + xy - 1 dy = 0$ ,  $y|_{x=1} = e$ .

II вариант

1 Найти частное решение уравнения  $y + x = 3x$ ,  $y(1) = 1$ .

Найти общее решение уравнения  $xy^3 + y^2 dx + yu/2 + x^2 dy = 0$ .

Решить задачу Коши  $dx + xy - y^3 dy = 0$ ,  $y|_{x=0} = 0$ .

Критерии оценки заданий:

Отлично «5» - более 90% выполненной работы

Хорошо «4» - от 75% до 90% выполненной работы

Удовлетворительно «3» - от 50% до 75% выполненной работы

Неудовлетворительно «2» - до 50% выполненной работы

Тема. Дифференциальные уравнения второго порядка

Фронтальный опрос

Какое уравнение называется линейным дифференциальным уравнением второго порядка?

Какое уравнение называется характеристическим для однородного дифференциального уравнения второго порядка?

Какой вид имеет общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка в зависимости от дискриминанта характеристического уравнения?

Как найти общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если его правая часть есть многочлен? показательная функция? тригонометрическая функция?

Какой вид имеет частное решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, если его правая часть есть многочлен? показательная функция? тригонометрическая функция?

**Проверочная работа. Дифференциальные уравнения второго порядка**

**1 вариант**

1 Найти частные решения следующих дифференциальных уравнений второго порядка при заданных начальных условиях:

$$y - 6y' + 8y = 0; y(0) = 1; y'(0) = 2;$$

$$y'' - 8y' + 16y = 0; y(0) = 2; y'(0) = 5;$$

$$y'' - 4y' + 13y = 0; y(\pi) = 0; y'(\pi) = 1;$$

2 Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

1)  $y' + 2y - 3y = -2e^{3x}$ ;

2)  $y'' - 2y' = 3x + 41$ ;

### II вариант

1 Найти частные решения следующих дифференциальных уравнений второго порядка при заданных начальных условиях:

$y'' - 6y' = 0$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = -2$ ;

$y'' - 6y' + 9y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ ;

1)  $y + 2y' + 10y = 0$ ;  $y(j) = 0$ ;  $y^{\wedge} = 1$ ;

2 Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

1)  $y'' - 2y' - 3y = 8e^{3x}$ ;

2)  $y'' - 2y' = 3x + 41$ ;

### Тема. Числовые ряды

- 1 Что называется числовым рядом?
- 2 Что называется  $n$ -й частичной суммой числового ряда?
- 3 Какой числовой ряд называется сходящимся?
- 4 Что является необходимым условием сходимости числового ряда?
- 5 Назовите достаточные признаки сходимости, основанные на сравнении рядов.
  - 6 Назовите признак Даламбера сходимости рядов.
  - 7 В чем состоит интегральный признак сходимости Коши?
  - 8 Какие ряды называются знакопеременными? Приведите примеры.
- 9 Сформулируйте признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
- 10 Какие знакопеременные ряды называются абсолютно сходящимися? Условно сходящимися?

### Тема. Предел функции. Непрерывность функции.

#### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Дайте определение предела в точке.
2. Объясните раскрытие неопределенности  $\frac{0}{0}$ .
3. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности  $\frac{\infty}{\infty}$ .
4. Сформулируйте теоремы о пределах.
5. Сформулируйте и напишите первый и второй замечательные пределы.

#### Практическое занятие 1

#### Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.

#### Задания для совместной работы.

#### Вычислить предел

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + 5x + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 11x + 6};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 15x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 - 3x^2 + 2x}{4x^2 - 2x + 1}$$

$$\text{е) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$$

$$\text{ж) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+4}$$

$$\text{з) } \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x + 1)$$

$$\text{и) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}$$

$$\text{к) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$$

$$\text{л) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}$$

$$\text{м) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

## Проверочная работа 1.

### Вариант – 1.

Вычислите пределы.

$$1. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{3-\sqrt{2x-1}};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{3x^2};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+x+1}{3x^3+x^2+1};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}$$

### Вариант – 2.

Вычислите пределы.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1};$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}};$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 2x}{x^4 - 8x^3 + 1};$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{-x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}$$

## Тест по разделу 1 : «Теория пределов. Непрерывность».

### Вариант 1

1. Если каждому числу  $n$  из натурального ряда чисел  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$  поставлено в соответствие вещественное число  $x_n$ , то множество вещественных чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$  называется...?

- а) числовой последовательностью;
- б) числовой непрерывностью;
- в) числовой предельностью.

2. Что из приведенного ниже не является последовательностью?

- а) последовательность элементов числового пространства
- б) функция, определенная на множестве натуральных чисел
- в) упорядоченный список элементов некоторого множества
- г) постоянная, к которой неограниченно приближается некоторая переменная величина, зависящая от другой переменной величины

3. Какая это последовательность  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots$  ?

- а) убывающая и ограниченная;
- б) возрастающая и ограниченная;
- в) возрастающая и неограниченная;
- г) неубывающая и неограниченная.

4. Какая функция называется бесконечно малой?

- а)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = \infty$
- б)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 0$
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = A$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 1$

5. Произведение бесконечно малой на ограниченную функцию есть...?

- а) конечная

- б) бесконечная
- в) бесконечно большая
- г) бесконечно малая

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+x+1}{3x^2-1}$

- а) 2/3;                      б) 2/4;                      в) 1/2;                      г) 1/4.

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-x}{x-\sqrt{x}}$

- а) 1                      б)  $\infty$                       в) 3                      г) 2

8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$

- а) не существует    б) 0                      в)  $\infty$                       г) 5

9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \left(\frac{1}{x}\right)\right)^{2x}$

- а)  $e^2$                       б)  $e$                       в) 1                      г)  $\infty$

10. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$

- а)  $e$                       б)  $e^6$                       в)  $1/e^5$                       г)  $e^{-1}$

### Вариант 2

1. Если каждому числу  $n$  из натурального ряда чисел  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$  поставлено в соответствие вещественное число  $x_n$ , то множество вещественных чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$  называется...?

- а) числовой последовательностью;
- б) числовой непрерывностью;
- в) числовой предельностью;

2. Что называют величиной, к которой стремится рассматриваемая функция при стремлении её аргумента к данной точке?

- а) предел функции
- б) функция, определенная на множестве натуральных чисел
- в) упорядоченный список элементов некоторого множества

г) постоянная, к которой неограниченно приближается некоторая переменная величина, зависящая от другой переменной величины

3. Какая это последовательность  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$  ?

- а) убывающая и ограниченная;
- б) возрастающая и ограниченная;
- в) возрастающая и неограниченная;
- г) неубывающая и неограниченная.

4. Какая функция называется бесконечно большой?

- а)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = \infty$
- б)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 0$
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = A$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 1$

5. Произведение бесконечно малой на ограниченную функцию есть...?

- а) конечная
- б) бесконечная
- в) бесконечно большая
- г) бесконечно малая

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-3}{x^2+1}$

- а) 0;
- б) 2;
- в) 1;
- г) 4.

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x+2}$

- а) не существует;
- б) 0;
- в)  $\frac{2}{3}$ ;
- г)  $\frac{1}{2}$

8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x}$

- а) 1/2
- б) 1/3
- в) 1
- г) 2

9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{3x}\right)^x$

- а)  $e$
- б)  $1/e^5$
- в)  $e^4$
- г)  $e^{-1/3}$

10. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{x+3}$

- а)  $e$
- б)  $e^4$
- в)  $1/e^5$
- г)  $e^{-1}$



### Вариант 3

1. Если каждому числу  $n$  из натурального ряда чисел  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$  поставлено в соответствие вещественное число  $x_n$ , то множество вещественных чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$  называется...?

- а) числовой последовательностью;
- б) числовой непрерывностью;
- в) числовой предельностью;
- г) числовой ограниченностью.

2. Что называют некоторыми широко известными математическими тождествами со взятием предела?

- а) последовательные пределы
- б) великолепные пределы
- в) замечательные пределы
- г) элементарные пределы

3. Какая это последовательность  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ ?

- а) убывающая и ограниченная;
- б) возрастающая и ограниченная;
- в) возрастающая и неограниченная;
- г) неубывающая и неограниченная.

4. Какая функция называется бесконечно малой?

- а)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = \infty$
- б)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 0$
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = A$
- г)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 1$

5. Произведение бесконечно малой на ограниченную функцию есть...?

- а) бесконечно малая
- б) бесконечно большая
- в) конечная
- г) бесконечная

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 4}{x^2 + 5}$

- а) 1
- б)  $\infty$
- в) 3
- г) 2

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{x}$

- а) не существует                      б)  $\infty$                       в) 0                      г) 8

8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x^3}{x^3+2x^2}$

- а) 1/2                      б) 0                      в) 1                      г)  $\infty$

9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

- а)  $e$                       б)  $1/e^5$                       в)  $e^4$                       г)  $e^{-1}$

10. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+4}$

- а)  $e$                       б)  $e^6$                       в)  $1/e^5$                       г)  $e^{-1}$

#### Вариант 4

1. Если каждому числу  $n$  из натурального ряда чисел  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$  поставлено в соответствие вещественное число  $x_n$ , то множество вещественных чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$  называется...?

- а) числовой последовательностью;  
б) числовой непрерывностью;  
в) числовой предельностью;  
г) числовой ограниченностью.

2. Что называют некоторыми широко известными математическими тождествами со взятием предела?

- а) великолепные пределы  
б) замечательные пределы  
в) последовательные пределы  
г) элементарные пределы  
г) постоянная, к которой неограниченно приближается некоторая переменная величина, зависящая от другой переменной величины

3. Какая это последовательность  $1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, n, n, \dots$ ?

- а) убывающая и ограниченная;  
б) возрастающая и ограниченная;

- в) возрастающая и неограниченная;  
 г) неубывающая и неограниченная.

4. Какая функция называется бесконечно большой?

- а)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = \infty$                       в)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = A$   
 б)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 0$                       г)  $\lim_{x \rightarrow 0} a(x) = 1$

5. Произведение бесконечно малой на ограниченную функцию есть...?

- а) бесконечно большая  
 б) бесконечно малая  
 в) конечная  
 г) бесконечная

6. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x}{x^2+1}$

- а) 1                      б)  $\infty$                       в) 3                      г) 0

7. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{2^x+1}$

- а) 1                      б)  $\infty$                       в) 3                      г) 2

8. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin x}$

- а) не существует                      б) 0                      в)  $\infty$                       г) 5

9. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

- а)  $e$                       б)  $1/e^5$                       в)  $e^{-1}$                       г)  $e^4$

10. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \left(\frac{1}{x}\right)\right)^{5x}$

- а)  $e$                       б) 1                      в)  $e^5$                       г)  $\frac{1}{e}$

### Ключи к тестам

№ задания	вариант 1	вариант 2	вариант 3	вариант 4
1	А	А	А	А
2	Г	А	В	Б
3	Б	А	В	Г
4	Б	В	Б	В
5	Г	Г	А	Б
6	А	А	Г	Г
7	Б	В	Г	А
8	Г	Б	В	Г
9	А	Г	Г	В

10	В	Б	А	В
----	---	---	---	---

**Тема. Дифференциальное исчисление. Производные функции**

**Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Что называется, приращением независимой переменной и приращением функции?
2. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?
3. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.
4. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
5. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
6. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
7. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
8. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
9. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
10. В чем заключается механический смысл производной?
11. Что называется, производной второго порядка и, каков ее механический смысл?
12. Что называется, дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
13. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
14. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.
15. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
16. Как пишется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
17. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
18. Что называется, точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
19. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

**Проверочные задания:  
Вычисление производных**

**Вариант – 1.**

1. Найдите производную следующих функций:

а)  $y = x^2 + 4x + 3$ ;

б)  $y = \frac{6}{x} + 2\sqrt{x}$ ;

в)  $y = \frac{x^6 - 4x + 1}{x}$ ;

г)  $y = \frac{3x - 4}{3}$ ;

д)  $y = \frac{3x - 4}{7 - 2x}$ ;

е)  $y = 3\sin 2x$ ;

ж)  $y = \sqrt{x^2 - 4x}$ ;

з)  $y = (3 + 2x)(2x - 3), y'(0,25) = ?$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

а)  $y = x^3$ ;

б)  $y = \cos^2 x$ ;

в)  $y = \ln(3x^2 - 2x + 5)$ .

Дополнительное задание.

3. Точка движется по закону  $S = 3t^3 - 12t + 5$ . Найдите скорость движения при  $t = 2$ с.

4. Определите угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой  $y = 3\cos x + \sin x$  в точке  $x_0 = \pi$ .

**Вариант – 2.**

1. Найдите производную следующих функций:

а)  $y = x^6 - 3x + 8$ ;

б)  $y = 4\sqrt{x} - \frac{2}{x}$ ;

в)  $y = \frac{x^5 - 3x^2 + 2}{x}$ ;

г)  $y = \frac{8 - 6x}{5}$ ;

д)  $y = \frac{5x + 2}{x - 3}$ ;

е)  $y = 5\cos 3x$ ;

ж)  $y = \sqrt{3x - x^2}$ ;

з)  $y = (x^2 - 3)(x^2 + 3), y'(\frac{1}{2}) = ?$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

а)  $y = \sin x$ ;

$$\text{б) } y = (5x + 2)^4;$$

$$\text{в) } y = 10^{5-3x}.$$

Дополнительное задание.

3. Точка движется по закону  $S = 2t^3 + t - 5$ . Найдите скорость движения при  $t = 3$  с.

4. Определите угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой  $y = e^x + \ln x$  в точке  $x_0 = 1$ .

### Вариант – 3.

1. Найдите производную следующих функций:

$$\text{а) } y = 3x^4 - 6x^2 + 5;$$

$$\text{б) } y = \frac{4}{x} + 4\sqrt{x};$$

$$\text{в) } y = \frac{x^3 - 9x^2 + 5}{x};$$

$$\text{г) } y = \frac{6x^2 - 7x}{3};$$

$$\text{д) } y = \frac{5x + 1}{3 - 2x};$$

$$\text{е) } y = 2 \operatorname{tg} 5x;$$

$$\text{ж) } y = \sqrt{8x - 7};$$

$$\text{з) } y = (4x - 1)(4x + 1), y'(0,25) = ?$$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

$$\text{а) } y = x^4;$$

$$\text{б) } y = \sqrt{1 + \cos x};$$

$$\text{в) } y = x \ln x.$$

Дополнительное задание.

3. Точка движется по закону  $S = 5t^3 - 8t + 3$ . Найдите скорость движения при  $t = 1$  с.

4. Определите угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой  $y = 3 \operatorname{tg} x - \cos x$  в точке  $x_0 = \pi$ .

### Вариант – 4.

1. Найдите производную следующих функций:

$$\text{а) } y = x^7 - 4x^2 + 9;$$

$$\text{б) } y = 6\sqrt{x} - \frac{5}{x};$$

$$\text{в) } y = \frac{4x + 523}{4};$$

$$\text{г) } y = \frac{3x^2 - x + 1}{x};$$

$$\text{д) } y = \frac{3 + 7x}{4 - x};$$

$$\text{е) } y = 5 \sin 6x;$$

ж)  $y = \sqrt{3x - 1}$ ;

з)  $y = (2x + 1)(2x - 1), y'(3) = ?$

2. Найдите производную второго порядка заданных функций:

а)  $y = 2^x$ ;

б)  $y = \arcsin \frac{x}{2}$ ;

в)  $y = \sqrt{1 + \sqrt[3]{x}}$ .

Дополнительное задание.

3. Точка движется по закону  $S = 2t^3 - 2t + 5$ . Найдите скорость движения при  $t = 3$  с.

4. Определите угловой коэффициент касательной, проведенной к кривой  $y = 3/x$  в точке  $x_0 = 3$

### Исследование функции с помощью производной.

#### Проверочные задания

#### Применение производной к исследованию функции

##### Вариант – 1.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = e^x - x$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 3$  на промежутке  $[2; 3]$ .
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x - 4$ .

##### Вариант – 2.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = \frac{2x}{e^x}$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = -x^3 - 3x^2 + 24x - 4$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 1$  на промежутке  $[-1; 2]$ .
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  $y = x^4 - 10x^3 + 36x^2 - 100$ .

##### Вариант – 3.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = 2xe^x$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 2$  на промежутке  $[-2; 2]$ .

4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  
 $y = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 48x + 31$ .

#### Вариант – 4.

1. Найти промежутки монотонности функции  $y = e^{\frac{1}{x}} + 1$ .
2. Исследовать на экстремум функцию  $y = -x^3 + 6x^2 + 15x + 1$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 4$  на промежутке  $[-4; 4]$ .
4. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции  
 $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 10$ .

#### Контрольная работа

#### Исследование функции и построение графиков

Исследуйте и постройте график данной функции

##### Вариант – 1.

$$y = 2x^3 - 6x + 5.$$

##### Вариант – 2.

$$y = x^3 - x^2 - x + 3.$$

##### Вариант – 3.

$$y = x^4 - 10x^2 + 9.$$

##### Вариант – 4.

$$y = -x^4 + 2x^2 + 3.$$

#### Тест по теме: «Дифференциальное исчисление»

##### Вариант 1

1. Что называется производной функции?  
А) основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции;  
Б) правило нумерации некоторых действительных чисел;  
В) раздел математики, в котором изучаются производные и дифференциалы функций и их применения к исследованию функций;  
Г) один из способов нахождения интеграла.
2. Найдите производную функции  $y = 4x^3$   
А)  $12x^2$                       Б)  $12x$                       В)  $4x^2$                       Г)  $12x^3$
3. Какая формула относится к правилам вычисления суммы производных?  
А)  $(u + v)' = u' + v'$     Б)  $(c)' = 0$     В)  $(\operatorname{sh}x)' = \operatorname{ch}x$     Г)  $\pi^2 - 1$
4. Геометрический смысл производной состоит в том, что ...  
А) она равна пределу функции



- Б) она равна всегда нулю
- В) она равна угловому коэффициенту касательной
- Г) она равна максимальному значению функции

5. Точка движется по координатной прямой по закону  $x(t) = 5t^2 - 12t + 2$ , где  $x(t)$  — координата точки (в метрах) в момент времени  $t$  (в секундах), в какой момент времени скорость точки будет равна 8 м/с?

- А) 3
- Б) 2
- В) 4,5
- Г) 3,5

6. Найдите производную функции  $y = x^2 \cos x$ .

- А)  $2x \sin x$
- Б)  $-2x \sin x$
- В)  $2x \cos x + x^2 \sin x$
- Г)  $2x \cos x - x^2 \sin x$

7. Найдите производную второго порядка  $y = \sin x$

- А)  $-\sin x$
- Б)  $\cos x$
- В)  $\operatorname{tg} x$
- Г)  $\operatorname{ctg} x$

8. Производная функции  $y = e^{\sqrt{x}}$  равна:

- А)  $e^{\sqrt{x}}$
- Б)  $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$
- В)  $\sqrt{x} e^{\sqrt{x}}$
- Г)  $\frac{2}{5x^4}$

9. Вычислите значение производной функции  $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 4$ .

- А) 21
- Б) 24
- В) 0
- Г) 3,5

10. Найдите значения  $x$ , при которых производная функции  $y = \frac{x-2}{x^2}$  равна 0

- А) 8
- Б) 12
- В) 28
- Г) 4

11. Дифференцирование – это...

- А) вычисление предел
- Б) вычисление приращения функции
- В) нахождение производной от данной функции
- Г) составление уравнения нормали

12. Уравнение касательной к данной линии в точке  $M$  имеет вид...

- А)  $y - y(x_0) = y'(x_0)(x - x_0)$
- Б)  $y = y'(x_0)(x - x_0)$
- В)  $y - y_0 = x - x_0$
- Г)  $y = y * x$

13. Сколько интервалов возрастания имеет функция  $f(x) = 2x^3 - 6x$

- А) 1
- Б) 2
- В) 3
- Г) Ни одного

14. Найдите точку минимума функции  $y = (x - 2)^2 e^{x-5}$

- А) 0
- Б) -5
- В) 2
- Г) 18

15. При вычислении производной постоянный множитель можно...

- А) возводить в квадрат
- Б) выносить за знак производной
- В) не принимать во внимание

Г) принять за нуль

### Вариант 2

- Сколько интервалов убывания имеет функция  $f(x) = x^3 - 3x$   
А) 1                      Б) 2                      В) 3                      Г) Ни одного
- Предел отношения приращения функции в точке  $x$  к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю называется...  
А) производной функции  
Б) неопределенным интегралом  
В) пределом функции  
Г) первообразной
- Найдите производную функции  $y = \cos(5x - 2)$ .  
А)  $-2 \sin(5x - 2)$       Б)  $-5 \sin(5x - 2)$       В)  $5 \sin(5x - 2)$       Г)  $\sin(5x - 2)$
- Найдите производную функции  $y = 4x^5 - e^x$ .  
А)  $20x^5 - e^x$               Б)  $20x^5 + e^x$               В)  $4x^4 - e^x$               Г)  $20x^4 - e^x$
- Если материальная точка движется по закону  $S(t)$ , то первая производная от пути по времени есть...  
А) угловой коэффициент  
Б) ускорение движения  
В) скорость в данный момент времени  
Г) нет верного ответа
- Найдите производную второго порядка функции  $y = \frac{x+1}{x-1}$
- Вычислите  $f'(e)$ , если  $f(x) = x^2 \ln x$ .  
А)  $1 + 2e$                       Б)  $2e$                       В)  $e^2 + e$                       Г)  $3e$
- Точка движется по координатной прямой по закону  $x(t) = 2t^2 - 6t + 12$ , где  $x(t)$  — координата точки (в метрах) в момент времени  $t$  (в секундах), в какой момент времени скорость точки будет равна 8 м/с?  
А) 3                      Б) 2                      В) 4,5                      Г) 3,5
- Найдите экстремумы функции  $f(x) = x^3 - 48x + 17$   
А)  $f_{\min}(3) = -100$       Б)  $f_{\min}(8) = 145$       В)  $f_{\min}(4) = -111$       Г)  $f_{\min}(1) = -6$   
 $f_{\max}(0) = 17$                $f_{\max}(1) = -30$                $f_{\max}(-4) = 145$                $f_{\max}(4) = 3$
- Найдите точки перегиба графика функции  $f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 48x + 31$   
А) (4;5) (2;3)              Б) (1;-6) (3;-86)              В) (0;3) (0;-48)      Г) (0;0) (2;4)
- Производная постоянной величины равна...  
А) единице  
Б) самой постоянной  
В) не существует  
Г) нулю
- Найдите точку максимума функции  $y = (x - 2)^2 e^{x-5}$   
А) 0                      Б) -5                      В) 2                      Г) 18
- Функция возрастает на заданном промежутке, если...

- А) первая производная положительна
  - Б) вторая производная положительна
  - В) первая производная отрицательна
  - Г) первая производная равна нулю
14. Дифференцирование – это...
- А) вычисление предела
  - Б) вычисление приращения функции
  - В) нахождение производной от данной функции
  - Г) составление уравнения нормали
15. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = (x + 2)^3$  в точке  $x_0 = 3$
- А) 125      Б) 75      В) 9      Г) 45

### Вариант 3

1. Что называется, производной функции?
- А) основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции;
  - Б) правило нумерации некоторых действительных чисел;
  - В) раздел математики, в котором изучаются производные и дифференциалы функций и их применения к исследованию функций;
  - Г) один из способов нахождения интеграла.
2. Вычислите значение производной функции  $y = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} + 2x$  в точке  $x_0 = 2$ .
- А) 10      Б) 12      В) 8      Г) 6
3. Найдите производную функции  $y = \frac{1}{3}x^6$ .
- А)  $2x^6$       Б)  $2x^5$       В)  $\frac{1}{3}x^5$       Г)  $6x^5$
4. Найдите производную второго порядка функции  $y = (x + 2)^3$ .
- А)  $6(x+2)$       Б)  $4(x+3)$       В)  $-7(x+2)$       Г)  $x+2$
5. Найдите точку минимума функции  $y = (x - 2)^2 e^{x-5}$
- А) 0      Б) -5      В) 2      Г) 18
6. Найдите производную функции  $y = x^2 \cos x$ .
- А)  $2x \sin x$       Б)  $-2x \sin x$       В)  $2x \cos x + x^2 \sin x$       Г)  $2x \cos x - x^2 \sin x$
7. Какая формула относится к правилам вычисления суммы производных?
- А)  $(u + v)' = u' + v'$       Б)  $(c)' = 0$       В)  $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$       Г)  $\pi^2 - 1$
8. Найдите промежутки монотонности функции  $y = x^3 - 6x^2 + 4$
- А)  $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$  возрастает,  $(0; 4)$  убывает
- Б)  $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$  убывает,  $(0; 4)$  возрастает

- В)  $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$  возрастает,  $(1;5)$  убывает  
 Г)  $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$  убывает,  $(1;5)$  возрастает
9. Что входит в алгоритм нахождения экстремумов функции с помощью второй производной?
- А) Найти производную  $f'(x)$   
 Б) Найти критические точки данной функции, в которых  $f'(x) = 0$   
 В) Найти вторую производную  $f''(x) = (f'(x))'$   
 Г) Все выше перечисленное
10. Вычислите значение производной функции  $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 4$ .  
 А) 21                      Б) 24                      В) 0                      Г) 3,5
11. Ускорение прямолинейного движения равно...  
 А) скорости от пути по времени  
 Б) первой производной от пути по времени  
 В) второй производной от пути по времени  
 Г) нулю
12. Производная переменной величины равна...  
 А) единице  
 Б) самой переменной  
 В) не существует  
 Г) нулю
13. Найдите точку минимума функции  $y = (3 - x)^2 e^{3-x}$   
 А) 3                      Б) 1                      В) 4                      Г) 0
14. Точка движется по координатной прямой по закону  $x(t) = -\frac{t^2}{2} + 4t + 2$ , где  $x(t)$  — координата точки (в метрах) в момент времени  $t$  (в секундах). Найдите скорость точки через 5 с после начала движения.  
 А) -1                      Б) 1                      В) -9                      Г) 9
15. Геометрический смысл производной состоит в том, что ...  
 А) она равна пределу функции  
 Б) она равна всегда нулю  
 В) она равна угловому коэффициенту касательной  
 Г) она равна максимальному значению функции

#### Вариант 4

1. Найдите производную функции  $y = x^3 \cdot \ln x + \ln 4$   
 А)  $3x^2 * \ln x + x^2 + \frac{1}{4}$       Б)  $3x^2 * \ln x + x^2$       В)  $3x$       Г)  $3x^2 * \ln x + x^3$
2. Найдите производную функции  $y = \frac{1}{x} - xe^x$ .  
 А)  $-e^x - xe^x + \frac{1}{x^2}$       Б)  $xe^x - e^x - \frac{1}{x^2}$       В)  $-xe^x - \frac{1}{x^2}$       Г)  $-xe^x - e^x - \frac{1}{x^2}$

3. Предел отношения приращения функции в точке  $x$  к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю называется...

- А) пределом функции
- Б) неопределенным интегралом
- В) производной функции
- Г) первообразной.

4. Сколько интервалов возрастания имеет функция  $f(x) = x^3 - 3x$

- А) 1
- Б) 2
- В) 3
- Г) Ни одного

5. Найдите производную второго порядка функции  $y = 3x^3 - 6x^2 + 7x - 1$ .

- А)  $18-12x$
- Б)  $4+3x$
- В)  $18x-12$
- Г)  $7-12$

6. Вычислите значение производной функции  $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$  в точке  $x_0 = 9$ .

- А) 21
- Б) 24
- В) 52
- Г) 3,5

7. Исследуйте функцию  $f(x) = 2 + 9x + 3x^2 - x^3$  на монотонность

- А)  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$  убывает,  $(-1; 3)$  возрастает
- Б)  $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$  возрастает,  $(-1; 3)$  убывает
- В)  $(-\infty; 3)$  возрастает,  $(3; +\infty)$  убывает
- Г)  $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$  убывает,  $(-3; 1)$  возрастает

8. Найти производную функции  $y = x \cdot \cos x$

- А)  $x \cdot \sin x$
- Б)  $\cos x - x \cdot \sin x$
- В)  $2x \sin x$
- Г)  $\log x$

9. Производная функции  $y = e^{\sqrt{x}}$  равна:

- А)  $e^{\sqrt{x}}$
- Б)  $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$
- В)  $\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$
- Г)  $\frac{2}{5x^4}$

10. Вычислите значение производной функции  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x$  в точке  $x_0 = 2$ .

- А) 13
- Б) -3
- В) 8
- Г) 27

11. Уравнение касательной к данной линии в точке  $M$  имеет вид...

- А)  $y - y(x_0) = y'(x_0)(x - x_0)$
- Б)  $y = y'(x_0)(x - x_0)$
- В)  $y - y_0 = x - x_0$
- Г)  $y = y \cdot x$

12. Точка движется по координатной прямой по закону  $x(t) = \frac{t^2}{2} + 4t + 2$ , где  $x(t)$  — координата точки (в метрах) в момент времени  $t$  (в секундах). Найдите скорость точки через 5 с после начала движения.

- А) -1
- Б) 1
- В) -9
- Г) 9

13. Дифференцирование — это...

- А) вычисление предела
- Б) вычисление приращения функции
- В) нахождение производной от данной функции
- Г) составление уравнения нормали

14. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = (x - 2)^3$  в точке  $x_0 = 6$

А) 64      Б) 12      В) 48      Г) 0

15. Функция убывает на заданном промежутке, если...

А) первая производная положительна

Б) вторая производная отрицательна

В) первая производная отрицательна

Г) первая производная равна нулю

### Ключи к тестам

№ задания	вариант 1	вариант 2	вариант 3	вариант 4
1	А	А	А	Б
2	А	А	Б	Г
3	А	Б	Б	А
4	В	Г	А	Б
5	Б	В	В	В
6	Г	$y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$	Г	В
7	А	Г	А	А
8	Б	Г	А	Б
9	А	В	Г	Б
10	Г	Б	А	Б
11	В	Г	В	А
12	А	А	А	Г
13	Б	А	А	В
14	В	В	А	В
15	Б	Б	В	В

### Интегральное исчисление

#### *Тема. Неопределенный интеграл*

#### **Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
4. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
5. Как записать всю совокупность первообразных функций?
6. Что называется, неопределенным интегралом?
7. Почему интеграл называется неопределенным?
8. Что означает постоянная  $C$  в определении неопределенного интеграла?
9. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?

10. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
11. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?
12. Напишите основные формулы интегрирования.
13. Как проверить результата интегрирования?
14. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?

### Вычисление неопределенных интегралов

#### Вариант – 1.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (2 - 3x^4) dx$ ;                      2)  $\int (\frac{1}{x} - \sqrt[4]{x}) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int (x^3 + 1) \cdot x^2 dx$ ;                      2)  $\int 5^{x+7} dx$ .

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int (4x - 1)e^x dx$ ;                      2)  $\int (3 - x) \cos x dx$ .

#### Вариант – 2.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (4 + \frac{1}{x} - x) dx$ ;                      2)  $\int (7x - \sqrt[3]{x^5}) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ ;                      2)  $\int \frac{x}{\sqrt{7-x^2}} dx$ .

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int 5xe^x dx$ ;                      2)  $\int (6x + 1) \cos x dx$ .

#### Вариант – 3.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (\frac{1}{x} - \frac{x^3}{4}) dx$ ;                      2)  $\int (5 - \sin x) dx$ .

б) методом подстановки:

1)  $\int \frac{\ln^{22} x}{x} dx$ ;                      2)  $\int 2^{x^2} x dx$ .

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int 2x \sin x dx$ ;                      2)  $\int 3xe^x dx$ .

#### Вариант – 4.

Найдите неопределенный интеграл:

а) методом непосредственного интегрирования:

1)  $\int (\sin x + \frac{\sqrt[5]{x}}{4} - x) dx;$                       2)  $\int (17x - 4 - \frac{x^3}{2}) dx.$

б) методом подстановки:

1)  $\int x e^{-3x^2} dx;$                                       2)  $\int \frac{1}{x \ln^4 x} dx.$

в) методом интегрирования по частям:

1)  $\int (2 - x) e^x dx;$                                       2)  $\int (6x - 11) \cos x dx.$

### **Тема. Определенный интеграл**

#### **Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Что такое определенный интеграл?
2. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
3. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
4. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?

#### **Задания для совместной работы**

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$

2. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

3. Вычислить определенный интеграл методом подстановки  $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$

4. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной

линиями:  $y = -x^2 + 6$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

5. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 4$ .

6. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с).

Найти путь  $S$ , пройденный точкой за три секунды от начала движения.

7. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

#### **Расчетно-графическая работа**

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями. Выполните рисунок.

##### **Вариант – 1.**

1.  $y = -x^2 + 4; y = 0.$

2.  $y = x^2; y = 9.$

##### **Вариант – 2.**

1.  $y = x^2 + 3; x = 0; x = 2; y = 0.$

2.  $y = -x^2 + 6; y = 2.$



### Вариант – 3.

1.  $y = x^2 - 2x; x = 2; x = 4; y = 0$ .
2.  $y = x^2 + 2; y = x + 4$ .

### Вариант – 4.

1.  $y = -x^2 + 4x; x = 2; y = 0$ .
2.  $y = x^2; y = x + 2$ .

### Тест по теме: «Интегральное исчисление»

#### Вариант 1

1. Множество первообразных для данной функции  $f(x)$  называется...
  - а) функцией
  - б) неопределенным интегралом
  - в) постоянным множителем
  - г) частной производной
2. Производная от неопределенного интеграла равна...
  - а) подынтегральной функции
  - б) постоянной интегрирования
  - в) переменной интегрирования
  - г) любой функции
3. Вычислить определенный интеграл  $\int_1^2 2x^2 dx$ :
  - а)  $5\frac{3}{6}$
  - б) 5
  - в) 2
  - г)  $4\frac{2}{3}$
4. Вычислить  $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$ 
  - а)  $\sin \frac{x}{4} + C$
  - б)  $\arcsin \frac{x}{3} + C$
  - в)  $\arcsin \frac{x}{4} + C$
  - г)  $\arcsin x + C$
5. Определенный интеграл – это
  - а) функция, первая производная, которой равна данной функции. Если  $g(x)$  является производной от  $f(x)$ , то  $f(x)+k$  (где  $k$  – произвольно выбранная константа) является неопределенным интегралом от  $g(x)$ .
  - б) аддитивный монотонный нормированный функционал, заданный на множестве пар, первая компонента которых есть интегрируемая функция или функционал, а вторая — область в множестве задания этой функции (функционала).
  - в) отношение истинного значения числа к приближенному
  - г) выражение вида  $a+b$
6. Вычислить  $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$ 
  - а)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C$
  - б)  $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C$
  - в)  $\frac{x^3}{3} + \frac{4x}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C$
  - г)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + x + C$
7. Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Лейбница  $\int_{-1}^1 e^x dx$

а)  $\frac{e^3-1}{e}$       б)  $\frac{e-1}{e}$       в)  $\frac{e^2-1}{1}$       г)  $\frac{e^2-1}{e}$

8. Вычислить  $\int_{-2}^4 (8 + 2x - x^2) dx$

а) 12      б) 58      в) 36      г) 75

9. Вычислить  $\int \frac{xdx}{1+x^2}$

а)  $\frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + C$       б)  $\frac{12}{18} \ln(1 + 3) + C$

в)  $\ln(1 + x^2) + C$       г)  $\ln(1 + x^3) + C$

10. Если  $y = f(x) (f(x) \geq 0)$ , то площадь криволинейной трапеции, ограниченной этой линией, двумя прямыми  $x=a$  и  $x=b$  и отрезком оси абсцисс  $a \leq x \leq b$ , вычисляется по формуле

а)  $S = \int_a^b f(x) dx$

б)  $S = \int_b^a f(x) dx$

в)  $S = \int f(x) dx$

г)  $S = f(x) \int_a^b dx$

### Вариант 2

1. Определенный интеграл – это

а) функция, первая производная, которой равна данной функции. Если  $g(x)$  является производной от  $f(x)$ , то  $f(x)+k$  (где  $k$  – произвольно выбранная константа) является неопределенным интегралом от  $g(x)$ .

б) аддитивный монотонный нормированный функционал, заданный на множестве пар, первая компонента которых есть интегрируемая функция или функционал, а вторая — область в множестве задания этой функции (функционала).

в) отношение истинного значения числа к приближенному

г) выражение вида  $a+b$

2. Вычислить  $\int \frac{xdx}{1+x^4}$

а)  $\arctgtx^2 + C$       б)  $\ln(1 + x^2) + C$       в)  $\ln(1 + x^2)$       г)  $\frac{1}{2} \arctgtx^2 + C$

3. Вычисление пути, пройденного материальной точкой производится по формуле:

а)  $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$

б)  $S = \int f(t) dt$

в)  $S = \int_{t_2}^{t_1} f(t) dt$

$$\Gamma) S = dt \int_{t_1}^{t_2} f(t)$$

4. Вычислить  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

- а)  $\frac{1}{2}$                       б)  $\frac{1}{2} + C$                       в)  $\frac{1}{25}$                       г) 5

5. Укажите первообразную функции  $f(x) = 3x^2 - \sin x$

а)  $F(x) = x^3 + \cos x$

б)  $F(x) = \frac{x^2}{2} - \sin x$

в)  $F(x) = x^2 + \cos x$

г)  $F(x) = 2 - \cos x$

6. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y=4-x^2$ ,  $y=0$  определяется интегралом

- а)  $\int_{-2}^0 (4-x^2) dx$ ;                      б)  $\int_{-2}^2 (4-x^2) dx$ ;                      в)  $\int_0^4 (4-x^2) dx$ ;                      г)  $\int_0^2 (4-x^2) dx$

7. Определенный интеграл  $\int_2^3 3x^2 dx$  равен

- а) 19;                      б) 18;                      в) 35;                      г) 27

8. Множество всех первообразных функции  $y=5x^4$  имеет вид

- а)  $x^5$ ;                      б)  $5x^5 + C$ ;                      в)  $x^5 + C$ ;                      г)  $5x^3 + C$

9. Формула Ньютона-Лейбница

а)  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$

б)  $\int_a^b f(t) dt = F(a) - F(b)$

в)  $\int_a^b f(t) dt = F(a) - F(b) + \tilde{n}$

г)  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a) + \tilde{n}$

10. Вычислить  $\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}$

- а) 10                      б)  $10\frac{2}{3}$                       в)  $\frac{2}{3}$                       г)  $\frac{33}{3}$

### Вариант 3

1. Функция F называется ..... для функции f на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка существует производная  $F'(x)$ , равная f(x),

т.е.  $F'(x)=f(x)$  это...

- а) формула Ньютона-Лейбница  
 б) дифференциал функции  
 в) первообразная для функции f

г) производная в точке

2. Если криволинейная трапеция, ограниченная линией  $y = f(x) \geq 0$  и прямыми  $y=0$ ,  $x=a$ ,  $x=b$ , вращается вокруг оси  $x$ , то объем вращения вычисляется по формуле

а)  $V = \pi \int_a^b y^2 dx$

б)  $V = \pi \int_a^b x^2 dx$

в)  $V = \pi \int_b^a y^2 dx$

г)  $V = \pi \int_b^a x^2 dx$

3. Неопределенный интеграл от алгебраической суммы двух или нескольких функций равен...

а) произведению интегралов этих функций

б) разности этих функций

в) алгебраической сумме их интегралов

г) интегралу частного этих функций

4. При перемене местами верхнего и нижнего пределов интегрирования определенный интеграл...

а) остается прежним

б) меняет знак

в) увеличивается в два раза

г) равен нулю

5. Вычислить  $F(x) = \frac{x^3}{3}$

а) 6      б) 8      в)  $\frac{4}{5}$       г)  $8\frac{1}{3}$

6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + x + 4$  и  $y = -x + 1$

а)  $\frac{32}{34}$       б)  $\frac{32}{3}$       в)  $\frac{2}{5}$       г)  $\frac{12}{8}$

7. Вычислить  $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx$

а)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C$       б)  $\frac{x^4}{4} + \frac{3x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C$

в)  $\frac{x^3}{3} + \frac{4x}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C$       г)  $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + x + C$

8. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной параболой  $y = x^2$  и  $x = y^2$

а)  $\frac{3}{10} \pi$       б)  $\frac{3}{10}$       в)  $\frac{2}{13} \pi$       г)  $\pi$

9. В результате подстановки  $t = 3x + 2$  интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{3x+2}}$  приводится к виду

а)  $\int \frac{dx}{\sqrt{t}}$ ;      б)  $\frac{1}{3} \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$ ;      в)  $3 \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$ ;      г)  $\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$

10. Вычислить интеграл методом подстановки  $\int \cos 3x dx$

- а)  $\sin 3x + C$       б)  $3x + C$       в)  $\frac{1}{3} \sin x + C$       г)  $\frac{1}{3} \sin 3x + C$

**Вариант 4**

- Операция нахождения неопределенного интеграла называется...
  - дифференцированием функции
  - преобразованием функции
  - интегрированием функции
  - нет верного ответа
- Непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям это...
  - методы нахождения производной
  - методы интегрирования
  - методы решения задачи Коши
  - все ответы верны
- Определенный интеграл используется при вычислении...
  - площадей плоских фигур
  - объемов тел вращения
  - пройденного пути
  - всех перечисленных элементов
- Множество всех первообразных функции  $y=5x^4$  имеет вид
  - $x^5$  ;
  - $5x^5 + C$  ;
  - $x^5 + C$  ;
  - $5x^3 + C$
- Определенный интеграл  $\int_1^2 4x^3 dx$  равен
  - 36;
  - 17;
  - 16;
  - 15
- Вычислить  $\int \cos 5x dx$ 
  - $\sin 5x + C$
  - $\frac{\sin^5}{5} + C$
  - $\frac{\sin^{5x}}{5} + C$
  - $\frac{\sin^{5x}}{2} + C$
- Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Лейбница  $\int_a^b \sin x dx$ 
  - $\cos a - \cos x$
  - $\cos b$
  - $\cos a$
  - $\cos a - \cos b$
- Вычислить  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ 
  - $\ln 2$
  - $\ln 3$
  - $\ln 1$
  - $\ln 6$
- Определенный интеграл вычисляются по формуле...
  - $\int_A^B f(x) dx = F(a) - F(b)$
  - $\int_A^B f(x) dx = F(b) - F(a)$
  - $\int_A^B f(x) dx = F(a) + F(b)$
  - $\int_A^B f(x) dx = F(a)$
- Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен...
  - единице

- б) бесконечности
- в) нулю
- г) указанному пределу

### Ключи к тестам

№ задания	вариант 1	вариант 2	вариант 3	вариант 4
1	Б	Б	В	В
2	А	А	Б	Б
3	Г	А	В	Г
4	В	А	Б	В
5	Б	А	Г	Г
6	А	Б	Б	В
7	Г	А	А	Г
8	В	В	А	А
9	А	А	Б	Б
10	А	Б	Г	В

### Тема. Решение систем линейных уравнений по методу Крамера, по методу Гаусса.

#### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Что называется, определителем?
2. Какой определитель называется определителем второго порядка?
3. Как вычислить определитель второго порядка?
4. Какой определитель называется определителем третьего порядка?
5. Как вычислить определитель третьего порядка по схеме треугольников?
6. Перечислите свойства определителя.
7. Сформулируйте теорему Крамера.
8. Запишите формулы Крамера.
9. В чем заключается метод Гаусса.

#### Практическое занятие

#### Задания для совместной работы.

1. Вычислите определитель второго порядка  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$ .
2. Вычислите определитель третьего порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$ .
3. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

$$а) \begin{cases} 5x + 3y = 12, \\ 2x - y = 7. \end{cases}$$

$$б) \begin{cases} 2x + 3y = 7, \\ 4x - 5y = 2. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} 3x + 2y + z = 3, \\ 5x - 2y - 2z = 3, \\ x + y - z = -2. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x - y + z = 6, \\ x - 2y + z = 9, \\ x - 4y - 2z = 3. \end{cases}$$

4. Решите систему с применением метода Гаусса

$$\begin{cases} x + 3y - 6z = 12 \\ 3x + 2y + 5z = -10 \\ 2x + 5y - 3z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 4, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ x - 2y + 2z = 3. \end{cases}$$

### Самостоятельная работа

Решите систему линейных уравнений двумя способами

#### Вариант – 1.

$$\begin{cases} -x + 2y + z = 7 \\ 3x - y + 6z = 19 \\ -4x + 3y - z = 8 \end{cases}$$

#### Вариант –2

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 4x - y + 5z = -3 \end{cases}$$

### Тема. Задачи линейного программирования.

#### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Какая задача называется задачей линейного программирования? Сформулировать ее в общем виде.
2. Что называется допустимым решением? областью допустимых решений? оптимальным планом ЗЛП?
3. Опишите основные этапы построения математической модели экономической задачи.
4. Какое множество называется выпуклым?
5. В чем состоит геометрический метод решения задач линейного программирования?

#### Задания для совместной работы

1. Составьте математическую модель экономической задачи

1.1. Собственные средства банка в сумме с депозитами составляют 100 млн. долл. Часть этих средств, но не менее 35 млн. долл. должна быть размещена в кредитах. Существует ликвидное ограничение, которое заключается в том, что ценные бумаги должны составлять не менее 30% средств, размещенных в кредитах и ценных бумагах.

Какую величину средств необходимо разместить банку в кредитах, а какую вложить в ценные бумаги, чтобы получить максимальную прибыль от кредитов и ценных бумаг.

1.2. На велосипедном заводе выпускают гоночные и дорожные велосипеды. Производство устроено так, что вместо двух дорожных велосипедов завод может выпустить один гоночный, причем гоночный велосипед приносит в 1,5 раза больше прибыли. Завод может произвести не более 700 велосипедов в день, однако склад может принять не более 500 велосипедов в день. Сколько нужно выпускать в день гоночных и дорожных велосипедов, для того чтобы завод получал максимальную прибыль?

1.3. Для выпечки печенья и булочек в кондитерском цехе используется мука, масло, изюм и некоторые другие наполнители. Суточные расходы ресурсов на 1 кг каждого продукта приведен в таблице. Цена 1 кг печенья составляет 250 руб., а 1 кг булочек - 200 руб. Какое количество продуктов каждого вида необходимо производить, чтобы доход от реализации был максимальным?

Исходный продукт	Расход ресурса на 1 кг продукта		Запас, кг
	печенье	булочка	
Мука	0,5	0,60	1000
Масло	0,2	0,12	300
Молоко и наполнители	0,5	0,85	1300
Изюм	0,2	-	280

2. Построить множество решений неравенства:

1)  $-2x + 3y + 6 \leq 0$ ;                      2)  $-2x + 3y \geq 0$

3. Решить задачу графическим методом перебора вершин:

3.1. Решить задачу о банке (п 1.)

3.2. Решить задачу о выпуске велосипедов (п. 2.)

### **Контрольная работа – Тест по теме «Основные понятия линейной алгебры и линейного программирования»**

#### **Вариант 1**

1. Решить систему уравнений методом Крамера  $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20 \\ 3x - 2y - 5z = 6 \end{cases}$

а)  $x = 5; z = 0; y = 1$               б)  $x = 0; z = -\frac{8}{17}; y = -\frac{104}{17}$

в)  $x = -\frac{31}{17}; y = -\frac{104}{17}$       г)  $x = 8; y = 4; z = 2$

2. Линейное пространство – это?

а) постоянный множитель можно выносить за знак определённого интеграла

б) множество с двумя операциями

в) сумма истинного и приближенного значения чисел

г) отношение истинного значения числа к приближенному

3. Найти определитель матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ -5 & \frac{1}{2} & 4 \\ -3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

а) -10      б) -55      в) 0      г) 55

4. Линейное программирование – это

а) раздел математического программирования, в котором определяют экстремум линейной функции при линейных ограничениях на переменные.



- б) множество элементов, или векторов, в котором определены операции сложения и умножения на скаляр, для которых действует ряд аксиом.  
 в) гомоморфизм над одним и тем же полем  
 г) это раздел математики, посвященный решению задач, связанных с нахождением экстремумов функций нескольких переменных при наличии ограничений на переменные

5. Вычислить 
$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 = 24 \\ 2x_1 + 2x_2 = 12 \end{cases}$$

- а)  $x_1 = 6, x_2 = 0$    б) не имеет решений   в)  $x_1 = 4, x_2 = 2$    г)  $x_1 = 2, x_2 = 4$

6. Оптимальным решением (планом) ЗЛП называется

- а) множество допустимых решений задачи  
 б) такое допустимое решение (план) задачи, при котором целевая функция достигает экстремума.  
 в) вектор, удовлетворяющий системе ограничений  
 г) множество элементов, или векторов, в котором определены операции сложения и умножения на скаляр, для которых действует ряд аксиом

7. Вычислите определитель 2 порядка 
$$\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

- а) -7   б) -5   в) 1   г) 5

8. Вычислите определитель 3 порядка 
$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

- а) 98   б) -30   в) 90   г) 104

Часть В

9. Предприятие выпускает продукцию двух видов:  $P_1$  и  $P_2$ . Виды сырья, его запасы, нормы расхода сырья на единицу продукции каждого вида даны в таблице. Прибыль от реализации единицы продукции вида  $P_1$  равна 1 денежной единице, вида  $P_2$  – 3 денежным единицам. Как спланировать выпуск продукции, чтобы прибыль от её реализации была максимальной?

Вид сырья	Запас сырья	Расход сырья на единицу продукции	
		$P_1$	$P_2$
$C_1$	25	1	5
$C_1$	9	1	1
$C_1$	18	3	0

10 Решить систему неравенств, найти координаты вершин полученного решения (многоугольника или открытой области).

$$\begin{cases} y \leq 2x + 3 \\ x \geq 0 \\ x \leq 2 \\ y \geq x + 1 \end{cases}$$

### Вариант 2

1. Математическое программирование – это

а) множество с двумя операциями

б) совокупность всех первообразных данной функции

в) раздел математики, посвященный решению задач, связанных с нахождением экстремумов функций нескольких переменных при наличии ограничений на переменные

г) часть алгебры, изучающая векторы, векторные, или линейные пространства, линейные отображения и системы линейных уравнений.

2. Вычислите определитель 2 порядка  $\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 7 & 4 \end{vmatrix}$

а) -18      б) -5      в) 10      г) 1

3. Не отрицательность искомых чисел записывается так:

а)  $x_j$       б)  $x_j \geq 0$       в)  $x_j \geq 2$       г)  $x$

4. Вычислить  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

а) -1      б) 1      в) 2      г) 0

5. Решить систему методом Крамера  $\begin{cases} 5x + y - 3z = -2 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \\ 2x - 3y + z = 17 \end{cases}$

а)  $x = 1; y = 2; z = 3$

б)  $x = 3; y = -2; z = 5$

в)  $x = 5; y = 6; z = 3$

г)  $x = 10; y = 12; z = 3$

6. Построение математической модели экономической задачи включает

а) выбор переменных задачи;

б) составление системы ограничений;

в) выбор целевой функции.

г) все перечисленные этапы

7. Линейное программирование – это?

- а) это раздел математики, посвященный решению задач, связанных с нахождением экстремумов функций нескольких переменных при наличии ограничений на переменные
- б) аддитивный монотонный нормированный функционал, заданный на множестве пар, первая компонента которых есть интегрируемая функция или функционал, а вторая — область в множестве задания этой функции (функционала).
- в) часть алгебры, изучающая векторы, векторные, или линейные пространства, линейные отображения и системы линейных уравнений.
- г) раздел математического программирования, в котором определяют экстремум линейной функции при линейных ограничениях на переменные.

8. Вычислить  $\begin{cases} 8x_1 + 4x_2 = 7 \\ 4x_1 + 2x_2 = 9 \end{cases}$

- а)  $x_1 = 6, x_2 = 0$    б) не имеет решений   в)  $x_1 = 4, x_2 = 2$    г)  $x_1 = 2, x_2 = 4$

### Часть В

9. При составлении суточного рациона кормления скота используется силос и сено. Рацион должен содержать питательные вещества: белок (не менее 15 г), кальций (не менее 12 г), фосфор (не менее 3 г). В таблице приведены данные о содержании указанных питательных веществ в 1 кг каждого продукта питания и цена 1 кг каждого вида продукта питания. Определить оптимальный рацион питания из условия минимума затрат.

Пит. вещество	Белок, г/кг	Кальций, г/кг	Фосфор, г/кг	Цена 1 кг продукта (руб.)
Силос	3	6	0	6
Сено	5	2	2	4

10. Решить систему неравенств, найти координаты вершин полученного решения (многоугольника или открытой области).

$$\begin{cases} y \geq -x + 2 \\ y \geq 0 \\ y \geq 2x - 8 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Линейное пространство – это?

- а) постоянный множитель можно выносить за знак определённого интеграла
- б) множество с двумя операциями
- в) сумма истинного и приближенного значения чисел
- г) отношение истинного значения числа к приближенному

2. Вычислить  $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 = 5 \\ 5x_1 + 2x_2 = 8 \end{cases}$

а)  $x_1 = \frac{14}{2}, x_2 = 3$       б) не имеет решения

в)  $x_1 = \frac{3}{8}, x_2 = 3$       г)  $x_1 = \frac{14}{5}, x_2 = -3$

3. Линейная алгебра - это?

- а) множество с двумя операциями
- б) совокупность всех первообразных данной функции
- в) постоянный множитель можно выносить за знак определённого интеграла
- г) часть алгебры, изучающая векторы, векторные, или линейные пространства, линейные отображения и системы линейных уравнений.

4. Алгоритм решения ЗЛП графическим методом перебора вершин:

- а) строим множество допустимых решений.
- б) находим вершины области как точки пересечения соответствующих прямых.
- в) подставляя координаты вершин, находим значения целевой функции  $F$  в этих точках и выбираем оптимальное значение целевой функции в зависимости от условий задачи.
- г) все перечисленные этапы

5. Вычислить  $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

а) -1      б) 1      в) -7      г) 0

6. Математическое программирование – это

- а) множество с двумя операциями
- б) совокупность всех первообразных данной функции
- в) раздел математики, посвященный решению задач, связанных с нахождением экстремумов функций нескольких переменных при наличии ограничений на переменные
- г) часть алгебры, изучающая векторы, векторные, или линейные пространства, линейные отображения и системы линейных уравнений.

7. Вычислить  $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$

а) 2      б) 3      в) -2      г) 10

8. Решить систему уравнений методом Крамера  $\begin{cases} x - 2y - z = 2 \\ 3x - 6y - 3z = 6 \\ 5x - 10y - 5z = 10 \end{cases}$

- а)  $x = 5; z = 0; y = 1$       б) бесконечное множество решений
- в)  $x = -\frac{31}{17}; y = -\frac{104}{17}$       г)  $x = 8; y = 4; z = 2$

### Часть В

9. Предприятию требуется составить план выпуска изделий двух видов А и В, которые проходят последовательную обработку в трех цехах так, чтобы прибыль от реализации изделий была максимальной. В плане предусмотрено, что первый цех может обрабатывать изделия не более 8 часов, второй – не более 16 часов, третий – не более 12 часов. Время обработки одного изделия каждого вида в каждом цехе указано в таблице (час). Прибыль от реализации одного изделия вида А равна 8 денежных единиц, В – 12 денежных единиц. Составить оптимальный план из расчета максимума прибыли.

Изделия	Цеха		
	1	2	3
А	1	4	0
В	2	0	4

10. Решить систему неравенств, найти координаты вершин полученного решения (многоугольника или открытой области).

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq -3x + 3 \\ y \geq -x + 2 \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Решить систему уравнений методом Крамера 
$$\begin{cases} 5x - 3y + 4z = 11 \\ 2x - y - 2z = -6 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$$

а)  $x = 1; y = 2; z = 3;$       б)  $x = 0; z = -\frac{8}{17}; y = -\frac{104}{17}$

в)  $x = -\frac{31}{17}; y = -\frac{104}{17}$       г)  $x = 8; y = 4; z = 2$

2. Задачей линейного программирования (ЗЛП) называется

а) задача математического программирования, в которой целевая функция F (x) и система ограничений – линейны

б) умножение на скаляр

в) множество элементов, или векторов, в котором определены операции сложения и умножения на скаляр, для которых действует ряд аксиом

г) множество с двумя операциями

3. Вычислить определитель 2 порядка 
$$\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$$

а) 0      б) 36      в) 65      г) -65

4. Вычислить  $\begin{cases} 6x_1 + 9x_2 = 15 \\ 2x_1 + 8x_2 = 10 \end{cases}$

- а)  $x_1 = 0, x_2 = 1$       б)  $x_1 = -1, x_2 = 1$   
 в)  $x_1 = 1, x_2 = 1$       г) не имеет решения

5. Не отрицательность искомым чисел записывается так:

- а)  $x_j$       б)  $x_j \geq 0$       в)  $x_j \geq 2$       г)  $x$

6. Вычислить определитель 3 порядка  $\begin{vmatrix} 5 & -1 & -6 \\ 6 & 2 & 5 \\ 9 & -1 & -9 \end{vmatrix}$

- а) 36      б) -20      в) 0      г) 1

7. Построение математической модели экономической задачи включает

- а) выбор переменных задачи;  
 б) составление системы ограничений;  
 в) выбор целевой функции.  
 г) все перечисленные этапы

8. Линейное программирование – это

- а) раздел математического программирования, в котором определяют экстремум линейной функции при линейных ограничениях на переменные.  
 б) множество элементов, или векторов, в котором определены операции сложения и умножения на скаляр, для которых действует ряд аксиом.  
 в) гомоморфизм над одним и тем же полем  
 г) это раздел математики, посвященный решению задач, связанных с нахождением экстремумов функций нескольких переменных при наличии ограничений на переменные

Часть В

9. Из имеющегося запаса сырья массой 40 кг нужно изготовить изделия двух видов: А и В. На изготовление одного изделия вида А требуется 4 кг сырья, вида В – 5 кг. Изделий вида А нужно изготовить не более 5, вида В – не более 6. Прибыль от реализации одного изделия вида А равна 3 ден. единицы, В – 2 ден. единицы. Составить оптимальный план выпуска изделий каждого вида с целью достижения максимальной прибыли.

10. Решить систему неравенств, найти координаты вершин полученного решения (многоугольника или открытой области).

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ y \leq 2 \\ y \leq 2x + 6 \\ y \leq -3x - 1 \end{cases}$$

**Ключи к тестам**

№ задания	вариант 1	вариант 2	вариант 3	вариант 4
1	Г	В	Б	А
2	Б	В	Г	А
3	Б	Б	Г	Г
4	А	А	Г	В
5	А	Б	В	Б
6	Б	Г	В	Б
7	Г	Г	А	Г
8	А	Б	Б	А

***Тема. Действия над векторами. Уравнения прямых.***

**Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Что называется, вектором?
2. Что называется, длиной вектора?
3. Какие векторы называются равными?
4. Как сложить два вектора?
5. Как найти разность двух векторов?
6. Как умножить вектор на число?
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Как разложить вектор в декартовой системе координат?
9. Что называется, базисом?
10. Что называется, координатами вектора?
11. Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?
12. Как найти длину вектора, заданного двумя точками?
13. Как вычисляется длина вектора, заданного своими координатами?
14. Как выполняется сложение и вычитание векторов, заданных своими координатами?
15. Как умножить вектор, заданный своими координатами, на число?
16. Каким свойством обладают координаты коллинеарных векторов?
17. Запишите формулы деления отрезка в данном отношении.
18. Запишите формулы деления отрезка на две равные части.
19. Что называется, скалярным произведением векторов?
20. Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?
21. Каким свойством обладает скалярное произведение векторов?
22. Чему равно скалярное произведение двух перпендикулярных векторов?
23. Чему равно скалярное произведение коллинеарных векторов?
24. Что называется, уравнением прямой?
25. Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
26. Как записывается каноническое уравнение прямой?

27. Запишите уравнения осей координат.
28. Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
29. Сформулируйте правило составления уравнения прямой на плоскости.
30. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
31. Сформулируйте условие параллельности прямых.
32. Сформулируйте условие перпендикулярности прямых.
33. Как найти угол между прямыми?

### Практическое занятие.

#### Операции над векторами. Вычисление модуля и скалярного произведения

#### Задания для совместной работы.

1. Даны векторы:  $\vec{a}\{-1; 3; -3\}$ ,  $\vec{b}\left\{\frac{1}{2}; -2; 1\right\}$ . Найдите  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
2. Даны векторы:  $\vec{a}\{3; -2; 1\}$ ,  $\vec{b}\{-2; 4; -2\}$ ,  $\vec{c}\{-3; 6; 0\}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{p}$ , заданного своим разложением  $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$ .
3. Найдите значения  $m$  и  $n$ , при которых векторы  $\vec{a}\{3; n; 3\}$  и  $\vec{b}\{m; 2; 1\}$  коллинеарны.
4. Найдите: а) координаты вектора  $\overline{AB}$ , б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если  $A(3; -2; 0)$ ,  $B(1; 2; -1)$ .
5. Найти длину вектора  $\overline{AB}$ , если  $A(1; 2; -3)$ ,  $B(3; -2; 1)$ .
6. Найти длину вектора  $\vec{m} = (3\vec{a} - 2\vec{b}) - (5\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b})$ , если  $\vec{a} = (0; -1; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; 4; 6)$ .
7. Даны векторы  $\vec{b}\{4; -1; 2\}$  и  $\vec{c}\{2; 5; -3\}$ . Найдите: а)  $|2\vec{b} - \vec{c}|$ , б)  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ .
8. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$ .
9. Даны векторы  $\vec{a} = \{1; 3; -2\}$  и  $\vec{b} = \{2; -1; z\}$ . Найти координату  $z$ , если известно, что  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .
10. Доказать, что треугольник с вершинами  $A(2; 1; 5)$ ,  $B(-1; 0; 3)$ ,  $C(5; -1; 4)$  равнобедренный

#### Самостоятельная работа №3 по теме 2.1.

##### Вариант -1.

1. Даны векторы:  $\vec{a}\{2; -4; 3\}$ ,  $\vec{b}\left\{-3; \frac{1}{2}; 1\right\}$ . Найдите  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .
2. Даны векторы:  $\vec{a}\{1; -2; 0\}$ ,  $\vec{b}\{-3; 6; 0\}$ ,  $\vec{c}\{0; -3; 4\}$ . Найдите координаты вектора  $\vec{p}$ , заданного своим разложением  $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$ .
3. Найдите значения  $m$  и  $n$ , при которых векторы  $\vec{a}\{6; n; 1\}$  и  $\vec{b}\{m; 16; 2\}$  коллинеарны.



4. Найдите: а) координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ ,  
 б) координаты точки С, которая является серединой отрезка АВ, если  $A(5; -1; 3)$ ,  $B(2; -2; 4)$ .
5. Даны векторы  $\vec{b}\{3; 1; -2\}$  и  $\vec{c}\{1; 4; -3\}$ . Найдите: а)  $|2\vec{b} - \vec{c}|$ , б)  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ .

### Вариант -2.

1. Даны векторы:  $\vec{a}\{3; -5; 4\}$ ,  $\vec{b}\{-2; \frac{1}{3}; -1\}$ . Найдите  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ .
2. Даны векторы:  $\vec{a}\{2; -1; 1\}$ ,  $\vec{b}\{3; 4; 0\}$ ,  $\vec{c}\{-1; 0; 2\}$ .  
 Найдите координаты вектора  $\vec{p}$ , заданного своим разложением  $\vec{p} = 2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} - \vec{c}$ .
3. Найдите значения  $m$  и  $n$ , при которых векторы  $\vec{a}\{2; n; 1\}$  и  $\vec{b}\{m; 12; 3\}$  коллинеарны.
4. Найдите: а) координаты вектора  $\overrightarrow{CD}$ , б) координаты точки А, которая является серединой отрезка CD, если  $C(6; 3; -2)$ ,  $D(2; 4; 5)$ .
5. Даны векторы  $\vec{a}\{5; -1; 2\}$  и  $\vec{b}\{3; 2; -4\}$ . Найдите: а)  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ , б)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

### Практическое занятие

#### Составление уравнений прямых, их построение.

#### Задания для совместной работы.

- Проверьте принадлежат ли точки  $A(3; 14)$ ,  $B(4; 13)$ ,  $C(-3; 0)$ ,  $D(0; 5)$  прямой  $7x - 3y + 21 = 0$ .
- Постройте прямые: 1)  $x = 5$ ;  $x = -3$ ,  $x = 0$ ; 2)  $y = 4$ ,  $y = -2$ ,  $y = 0$ .
- Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $M(2; -4)$  и перпендикулярной вектору  $\vec{n} = (4; 2)$ .
- Вычислите длину отрезка прямой  $3x + 4y - 24 = 0$ , заключенного между осями координат.
- На прямой  $2x + y - 6 = 0$  найдите точку М, равноудаленную от точек  $A(3; 5)$  и  $B(2; 6)$ .
- Вычислите углы наклона к оси  $Ox$  для прямых: 1)  $y = x$ ; 2)  $y = -x$ .
- Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат, если её угловой коэффициент: 1)  $k = 6$ ; 2)  $k = -2$ .
- Найдите острый угол между прямыми  $5x - 2y - 16 = 0$  и  $3x + 4y - 12 = 0$ .
- Составьте уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-2; -4)$  параллельно прямой  $2x - 3y + 16 = 0$ .
- Проверьте, перпендикулярны ли следующие прямые:
  - $3x - 4y + 12 = 0$  и  $4x + 3y - 6 = 0$ ;
  - $4x + 4y - 8 = 0$  и  $3x - 2y + 4 = 0$ .

## **Контрольная работа по теме «Элементы аналитической геометрии»**

### **Вариант – 1.**

1. В треугольнике ABC BM – медиана, A(-1; 2; 2), B(2; -2; -1).  
Найти: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми AB и CD, если A( $\sqrt{3}$ ; 1; 0), B(0; 0;  $2\sqrt{2}$ ), C(0; 2; 0), D( $\sqrt{3}$ ; 1;  $2\sqrt{2}$ ).
3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку M(-2; 3; 4) и параллельной плоскости  $x + 2y - 3z + 4 = 0$ .

### **Вариант – 2.**

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, A(1; 3; -1), B(-2; 1; 0), O(0; 1,5; 0).  
Найдите: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми AB и CD, если A(6; -4; 8), B(8; -2; 4), C(12; -6; 4), D(14; -6; 2).
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку M(2; 1; 3) и параллельной вектору  $\vec{k} \{-2; 2; 1\}$ .

### **Вариант – 3.**

1. В треугольнике ABC BM – медиана, A(-2; 4; 4), B(4; -4; -12), M(2; 2; -2).  
Найти: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми BA и BC, если A(-1; 4; 1), B(3; 4; -2), C(5; 2; -1).
3. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку M(2; 2; -2) и параллельной плоскости  $x + 2y - 3z = 0$ .

### **Вариант – 4.**

1. В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O, A(2; 6; -2), B(-4; 2; 0), O(0; 3; 0).  
Найдите: а) координаты точки C; б) длину стороны BC.
2. Вычислить угол между прямыми AB и CD, если A(3; -2; 4), B(4; -1; 2), C(16; -3; 2), D(17; -3; 1).
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку M(3; 2; 1) и параллельной вектору  $\vec{k} \{-2; 3; 1\}$ .

## **Основы теории комплексных чисел**

### **Тема. Основы теории комплексных чисел**

#### *Алгебраическая форма записи комплексных чисел.*

#### **Вопросы для устного опроса по теме.**

1. Дайте определение мнимой единицы.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?
3. Какое число называется комплексным?
4. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.

5. Какие комплексные числа называются равными?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными?
7. Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
8. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как геометрически изображаются комплексные числа?
10. Что называется, модулем и аргументом комплексного числа?
11. Напишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
12. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?

### Самостоятельная работа

#### Вариант – 1.

1. Вычислите:  $i^{43} + i^{48} + i^{44} + i^{45}$ .
2. Выполните действия: а)  $(5 - 4i) \cdot (3 + 2i)$ ; б)  $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3$ .
3. Решите уравнение  $x^2 + 4x + 53 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = 1 + i$  и  $z_2 = -2 + 2i\sqrt{3}$ .

#### Вариант – 2.

1. Вычислите:  $i^6 + i^{20} + i^{30} + i^{51}$ .
2. Выполните действия: а)  $2i\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ; б)  $\frac{1-i}{1+i}$ .
3. Решите уравнение  $x^2 - 6x + 13 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = 5$  и  $z_2 = \sqrt{3} - i$ .

#### Вариант – 3.

1. Вычислите:  $i^{15} + i^{24} - i^{49} - i^{37} \cdot i^{51}$ .
2. Выполните действия: а)  $(3 + i) + (-3 - 8i)$ ; б)  $\frac{(2-3i)^2}{-i+5}$ .
3. Решите уравнение  $x^2 + 25 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = \sqrt{3} + i$  и  $z_2 = 5$ .

#### Вариант – 4.

1. Вычислите:  $(i^{13} + i^{17}) \cdot 2i - (i^4 + i^{24}) \cdot 6$ .
2. Выполните действия: а)  $(3 - 5i) \cdot (2 - 3i)$ ; б)  $\frac{1-3i}{i-2} + \frac{4i+1}{3i-1}$ .
3. Решите уравнение  $36z^2 + 36z + 13 = 0$ .
4. Найдите модуль и аргумент комплексных чисел  $z_1$  и  $z_2$ , если  $z_1 = -3 + 3i$  и  $z_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{6}$ .

*Тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел.*

### Вопросы для устного опроса по теме.

1. Как записывается комплексное число в тригонометрической форме?  
Как записывается комплексное число в показательной форме?  
Формула Эйлера.
2. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и обратно.
3. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к показательной и обратно.
4. Как перейти от тригонометрической формы комплексного числа к показательной и обратно.
5. Как умножаются комплексные числа, записанные в тригонометрической форме.
6. Как умножаются комплексные числа, записанные в показательной форме?
7. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
8. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в показательной форме.
9. Как возвести в степень комплексное число, записанное в тригонометрической форме.
10. Как возвести в степень комплексное число, записанное в показательной форме?
11. Сформулируйте правило извлечения корня  $n$ -й степени из комплексного числа, записанного в тригонометрической форме.
12. Сформулируйте правило извлечения корня  $n$ -й степени из комплексного числа, записанного в показательной форме.
13. Сколько значений имеет корень  $n$ -й степени из комплексного числа?

### Проверочные задания 1

#### Вариант – 1.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:  
а)  $z = 5i$ ;  
б)  $z = 1 + i$ .
2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:  
а)  $z = 3\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$ ;  
б)  $z = 5\left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)$ .
3. Даны комплексные числа  $z_1 = 3(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)$  и  $z_2 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ .  
Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

#### Вариант – 2.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:  
а)  $z = -6$ ;

- б)  $z = 1 - i$ .
2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:
- а)  $z = 2,5(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2})$ ;  
 б)  $z = 8(\cos \frac{15\pi}{4} + i \sin \frac{15\pi}{4})$ .
3. Даны комплексные числа  $z_1 = 3(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$  и  $z_2 = 5(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ .  
 Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

### Вариант – 3.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:
- а)  $z = -2 - 2i$ ;  
 б)  $z = 3$ .
2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:
- а)  $z = 10(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ;  
 б)  $z = 8(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$ .
3. Даны комплексные числа  $z_1 = 2(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3})$  и  $z_2 = 5(\cos \pi + i \sin \pi)$ .  
 Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

### Вариант – 4.

1. Записать комплексные числа в тригонометрической и в показательной формах:
- а)  $z = -2i$ ;  
 б)  $z = -3\sqrt{3} + 3i$ .
2. Представьте в алгебраической и показательной формах комплексные числа:
- а)  $z = 4(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ ;  
 б)  $z = (\cos \pi + i \sin \pi)$ .
3. Даны комплексные числа  $z_1 = 0,5(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$  и  $z_2 = 2(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ .  
 Найти: а)  $z_1 \cdot z_2$ ; б)  $\frac{z_1}{z_2}$ ; в)  $z_2^4$ ; г)  $\sqrt[3]{z_1}$ .

### Итоговый тест

#### Вариант 1

1. Область определения функции  $y = \sqrt{7-x} + 1$  имеет вид:  
 а)  $x \in (-\infty; 7)$ ; б)  $x \in (7; \infty)$ ; в)  $x \in (-\infty; 7]$ ; г)  $x \in [7; \infty)$ .
2. Угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = 3 + 8x - 3x^2$  в точке  $x_0 = 2$  равен:  
 а) 2; б) -1; в) -4; г) 4.
3. Дана функция  $y = 2x - x^3 + 1$ . Установите соответствие между производными функции в соответствующих точках и их значениями:  
 а)  $y'(0)$  ( ) - 2;

б)  $y'(1)$  ( ) -30;

в)  $y'(2)$  ( ) 2.

4. Производная функции  $y = x^2 \operatorname{tg} x$  имеет вид:

а)  $y' = 2x \frac{1}{\cos^2 x}$ ;

б)  $y' = 2x \operatorname{tg} x \frac{1}{\cos^2 x}$ ;

в)  $y' = 2x + \frac{1}{\cos^2 x}$ ;

г)  $y' = 2x \operatorname{tg} x \frac{1}{\cos^2 x}$ .

5. Производная функции  $y = \operatorname{Arccos} x$  в точке  $x_0 = 1$  равна:

а) 2; б) 0; в)  $-\frac{1}{2}$ ; г) -2.

6. Производная функции  $y = \sin(2x)$  имеет вид:

а)  $y' = 2 \cos(2x)$ ;

б)  $y' = 2 \sin(2x)$ ;

в)  $y' = \cos(2x)$ ;

г)  $y' = 2 \cos(2x)$ .

7. Точкой минимума функции  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2$  является:

а) нет экстремума; б) -2; в) 4; г) 0.

8. Если скорость материальной точки, движущейся прямолинейно, равна  $V(t) = 3 + 4t$ , тогда путь  $S$ , пройденный точкой за время  $t = 3$  от начала движения, равен:

а) 4; б) 27; в) 18; г) 45.

9. Вторая производная функции  $y = 1 - 2x + 4x^2$  имеет вид:

а)  $y' = -2x + 8$ ;

б)  $y'' = 3$ ;

в)  $y'' = 8$ ;

г)  $y'' = 0$ .

10. Абсциссой точки перегиба графика функции  $y = 6x^2 - 2x^3 - 5$  является:

а) -1; б) 0; в)  $\frac{3}{2}$ ; г) 1.

11. Множество всех первообразных функции  $y = \frac{2}{x^2}$  имеет вид:

а)  $-\frac{4}{x^3} + c$ ; б)  $-\frac{2}{x}$ ; в)  $-\frac{4}{x^3}$ ; г)  $-\frac{2}{x} + c$ .

12. Если  $\int f(x) dx = 2e^x - 7x + c$ , тогда функция  $f(x)$  равна:

а)  $2e^x$ ; б)  $e^{2x} - 7$ ; в)  $2e^x - 7$ ; г)  $2e^x - \frac{7x^2}{2}$ .

13. Определённый интеграл  $\int_1^2 4x^3 dx$  равен:

- а)  $x^4$ ;      б) 15;      в) 36;      г) 17.

14. Используя свойства определённого интеграла, интеграл  $\int_0^{2\pi} (\cos x + 2x^3) dx$

можно привести к виду:

а)  $\int_0^{2\pi} (\cos x + 2x^3) dx$ ;

б)  $\int_0^{\pi} \cos x dx + \int_{\pi}^{2\pi} 2x^3 dx$ ;

в)  $\int_{2\pi}^0 (\cos x + 2x^3) dx$ ;

г)  $\int_0^{2\pi} \cos x dx + \int_0^{2\pi} 2x^3 dx$ .

15. В результате подстановки  $t = 2x + 3$  интеграл  $\int \cos(2x+3) dx$  приводится к виду:

а)  $2 \int \cos t dt$ ;

б)  $\int \cos t dx$ ;

в)  $\int \cos t dt$ ;

г)  $\frac{1}{2} \int \cos t dt$ .

16. Точка  $x = 1$  для функции  $y = \frac{2x}{x+5}$  является:

- а) точкой устранимого разрыва;  
 б) точкой разрыва I рода;  
 в) точкой непрерывности;  
 г) точкой разрыва II рода.

17. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{6x}$  равно:

- а) 0;      б) 3;      в)  $\frac{1}{3}$ ;      г) 1.

18. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)}{x^2-64}$  равно:

- а) -0,5;      б) 0,5;      в)  $\infty$ ;      г) 0.

19. Предел  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$  равен: \_\_\_\_\_.

20. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1-2x+3}{4-3x+x^2}$  равно:

- а) -2;      б)  $\frac{1}{4}$ ;      в) 0;      г)  $\infty$ .

21. Вычислить длину вектора  $\overrightarrow{CD}$ , если он имеет координаты  $\overrightarrow{CD}\{3; 5; -1\}$ .

- а) 6;      б) 3;      в)  $\sqrt{35}$ ;      г) 1.

22. Выполните действие:  $2i \cdot 7i$ ;

- а) 14;            б) -14;            в) 14i;            г) -14i;

23. Вычислить определитель 3 порядка  $\begin{vmatrix} 5 & -1 & -6 \\ 6 & 2 & 5 \\ 9 & -1 & -9 \end{vmatrix}$

- а) 36            б) -20            в) 0            г) 1

24. Решить систему уравнений  $\begin{cases} -x + 2y + z = 7 \\ 3x - y + 6z = 19 \\ -4x + 3y - z = 8 \end{cases}$

- а) (-4; -1; 5)            б) (-2; 0; 7)            в) (0; 4; -3)            г) (1; 6; -3)

25. Дополните предложение:

Два комплексных числа  $z_1 = a_1 + b_1i$  и  $z_2 = a_2 + b_2i$  называются ... , если  $a_1 = a_2$  и  $b_1 = b_2$ .

### Вариант 2

- Область определения функции  $y = \frac{1}{\sqrt{x-4}} + \frac{1}{x}$  имеет вид:
 

а)  $x \in (-\infty; 4]$ ;            б)  $x \in (4; +\infty)$ ;            в)  $x \in [4; +\infty)$ ;            г)  $x \in (-\infty; 4)$ .
- Угловым коэффициентом касательной к графику функции  $y = 2x^2 - 5x - 2$  в точке  $x_0 = 2$  равен:
 

а) 3;            б) -3;            в) 13;            г) 0.
- Дана функция  $y = 4x^2 - 2x^3 + 2$ . Установите соответствие между производными функции в соответствующих точках и их значениями:
 

а)  $y'(1)$             ( ) -30;  
 б)  $y'(2)$             ( ) 2;  
 в)  $y'(3)$             ( ) -8.
- Производная функции  $y = x^4 e^x$  имеет вид:
 

а)  $y' = 4x^3 e^x$ ;  
 б)  $y' = 4x^3 e^x + x^4 e^x$ ;  
 в)  $y' = 4x^3 + e^x$ ;  
 г)  $y' = 4x^3 e^x - x^4 e^x$ .
- Производная функции  $y = \arcsin x$  в точке  $x_0 = 0$  равна:
 

а) -6;            б) 0;            в)  $-\frac{1}{6}$ ;            г) 6.
- Производная функции  $y = \sin 8x$  имеет вид:
 

а)  $y' = \cos 8x$ ;  
 б)  $y' = -8 \cos 8x$ ;  
 в)  $y' = 8 \cos 8x$ ;  
 г)  $y' = 8 \sin 8x$ .
- Точкой максимума функции  $y = x^3 - 12x + 2$  является:



а) -2; б) нет экстремума; в) 2; г) 0.  
 8. Если скорость материальной точки, движущейся прямолинейно, равна  $V(t) = 2t + 3$ , тогда путь  $S$ , пройденный точкой за время  $t = 2$  от начала движения, равен:

а) 4; б) 2; в) 10; г) 14.

9. Вторая производная функции  $y = 2 + x - 5x^2$  имеет вид:

а)  $y'' = 10$ ;  
 б)  $y'' = 1 - 10x$ ;  
 в)  $y'' = -10$ ;  
 г)  $y'' = 0$ .

10. Абсциссой точки перегиба графика функции  $y = 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 - 5$  является:

а) 0; б)  $\frac{1}{2}$ ; в) 2; г) -2.

11. Множество всех первообразных функции  $y = 6x^2$  имеет вид:

а)  $12x + c$ ; б)  $2x^3 + c$ ; в)  $2x^3$ ; г)  $12x$ .

12. Если  $\int (2^x \ln 2 + 5x^5) dx = f(x) + c$ , тогда функция  $f(x)$  равна:

а)  $2^x \ln 2 + 5x^5$ ; б)  $2^x + 5x^4$ ; в)  $2^x \ln 2 + 5x^4$ ; г)  $\frac{2^x}{\ln 2} + 5x^4$ .

13. Определённый интеграл  $\int_1^2 8x^3 dx$  равен:

а) 72; б) 30; в) 32; г)  $2x^4$ .

14. Используя свойства определённого интеграла, интеграл  $\int_2^7 (160 + \frac{4}{\sqrt{x}}) dx$

можно привести к виду:

а)  $\int_2^7 160 dx + \int_2^7 \frac{4}{\sqrt{x}} dx$ ;

б)  $4 \int_2^7 (160 + \frac{1}{\sqrt{x}}) dx$ ;

в)  $\int_7^2 (160 + \frac{4}{\sqrt{x}}) dx$ ;

г)  $\int_2^4 160 dx + \int_4^7 \frac{4}{\sqrt{x}} dx$ .

15. В результате подстановки  $t = 5x - 1$  интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{5x-1}}$  приводится к виду:

а)  $5 \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$ ;

б)  $\frac{1}{5} \int \frac{dt}{\sqrt{t}}$ ;

в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{t}}$ ;

г)  $\int \frac{dt}{\sqrt{t}}$ .

16. Точка  $x = -2$  для функции  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 4}$  является:

- а) точкой устранимого разрыва;
- б) точкой разрыва I рода;
- в) точкой непрерывности;
- г) точкой разрыва II рода.

17. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$  равно:

- а) 1;
- б) 0;
- в)  $\frac{3}{4}$ ;
- г)  $\frac{4}{3}$ .

18. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$  равно:

- а)  $\infty$ ;
- б)  $\frac{8}{3}$ ;
- в) 0;
- г)  $-\frac{8}{3}$ .

19. Предел  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + 5x - 2}{10x}$  равен: \_\_\_\_\_.

20. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6 - 5x^2}{2 + x - x^2}$  равно:

- а) 5;
- б) 3;
- в) 0;
- г)  $\infty$ .

21. Длина вектора  $\vec{a} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ , равна

- а) 3;
- б) -3;
- в) 2;
- г) -5.

22. Установите последовательность этапов получения тригонометрической формы комплексного числа из алгебраической:

1. Определить, в какой четверти находится точка  $z = a + bi$ .
2. Записать число в тригонометрической форме, используя формулу  $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ .
3. Найти модуль комплексного числа  $z = a + bi$  по формуле  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ;
4. Найти в этой четверти угол  $\varphi$ , решив уравнения  $\cos\varphi = \frac{a}{r}$  и  $\sin\varphi = \frac{b}{r}$ .

23. Вычислить определитель 2 порядка  $\begin{vmatrix} -3 & 8 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$

- а) 0
- б) 36
- в) 65
- г) -65

24. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + 2z = 1 \\ 4x - y + 5z = -3 \end{cases}$

- а) (-4; -1; 5)
- б) (2; 1; -2)
- в) (0; 4; -3)
- г) (1; 6; -3)

25. Алгоритм решения ЗЛП графическим методом перебора вершин:

- а) строим множество допустимых решений.  
 б) находим вершины области как точки пересечения соответствующих прямых.  
 в) подставляя координаты вершин, находим значения целевой функции F в этих точках и выбираем оптимальное значение целевой функции в зависимости от условий задачи.  
 г) все перечисленные этапы

### Вариант 3

- Область определения функции  $y = \frac{x-8}{\sqrt{2x-4}}$  имеет вид:
 

а)  $x \in (-\infty; 2]$ ;    б)  $x \in [2; +\infty)$ ;    в)  $x \in (-\infty; 2)$ ;    г)  $x \in (2; +\infty)$ .
- Угловым коэффициентом касательной к графику функции  $y = 3 - 2x - x^2$  в точке  $x_0 = 1$  равен:
 

а) -4;    б) 0;    в) -1;    г) 4.
- Дана функция  $y = 4x - x^4 + 3$ . Установите соответствие между производными функции в соответствующих точках и их значениями:
 

а)  $y'(-1)$                       ( ) 0;  
 б)  $y'(0)$                         ( ) 8;  
 в)  $y'(1)$                          ( ) 4.
- Производная функции  $y = x^4 \sin x$  имеет вид:
 

а)  $y' = 4x^3 \cos x$ ;  
 б)  $y' = 4x^3 \sin x + 4x^4 \cos x$ ;  
 в)  $y' = 4x^3 + \cos x$ ;  
 г)  $y' = 4x^3 \sin x + 4x^4 \cos x$ .
- Производная функции  $y = 3 \arccos x$  в точке  $x_0 = 0$  равна:
 

а) 3;    б) 0;    в) -3;    г) -1.
- Производная функции  $y = e^{6x}$  имеет вид:
 

а)  $y' = 6e^{5x}$ ;  
 б)  $y' = 6x e^{6x-1}$ ;  
 в)  $y' = 6x e^{6x}$ ;  
 г)  $y' = 6e^{6x}$ .
- Точкой минимума функции  $y = 3x^3 - x + 1$  является:
 

а)  $-\frac{1}{3}$ ;    б) нет экстремума;    в)  $\frac{1}{3}$ ;    г) 9.
- Если скорость материальной точки, движущейся прямолинейно, равна  $V(t) = 5t - 1$ , тогда путь S, пройденный точкой за время  $t = 4$  от начала движения, равен:
 

а) 40;    б) 5;    в) 76;    г) 36.
- Вторая производная функции  $y = 2x^2 + 3x + 1$  имеет вид:
 

а)  $y'' = 0$ ;  
 б)  $y'' = -4x + 3$ ;

- в)  $y'' = 2$ ;  
 г)  $y'' = -4$ .

10. Абсциссой точки перегиба графика функции  $y = 3x^2 - 4x^3 + 1$  является:

- а)  $\frac{1}{2}$ ;      б) 0;      в)  $-\frac{1}{4}$ ;      г)  $\frac{1}{4}$ .

11. Множество всех первообразных функции  $y = 3x^2$  имеет вид:

- а)  $x^3$ ;      б)  $6x$ ;      в)  $3x^3 + c$ ;      г)  $x^3 + c$ .

12. Если  $\int \frac{1}{\sqrt{x} \sin^2 x} dx$ , тогда функция  $f(x)$  равна:

- а)  $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sin^2 x}$ ; б)  $\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sin^2 x}$ ;      в)  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sin^2 x}$ ;      г)  $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\cos^2 x}$ .

13. Определённый интеграл  $\int_1^2 15x^2 dx$  равен:

- а) 35;      б) 45;      в)  $5x^3$ ;      г) 30.

14. Используя свойства определённого интеграла, интеграл  $\int_2^5 \sqrt{7x + \frac{6}{x+4}} dx$

можно привести к виду:

а)  $\int_5^2 \sqrt{7x + \frac{6}{x+4}} dx$ ;

б)  $\int_2^5 \sqrt{7x} dx + \int_2^5 \frac{6}{x+4} dx$ ;

в)  $\int_2^3 \sqrt{7x} dx + \int_3^5 \frac{6}{x+4} dx$ ;

г)  $\int_2^5 \sqrt{7x} dx + \int_2^5 \frac{1}{x+4} dx$ .

15. В результате подстановки  $t = 2x + 7$  интеграл  $\int \frac{dx}{2x+7}$  приводится к виду:

а)  $2 \int \frac{dt}{t}$ ;

б)  $\frac{1}{2} \int \frac{dt}{t}$ ;

в)  $\int \frac{dx}{t}$ ;

г)  $\int \frac{dt}{t}$ .

16. Модуль комплексного числа  $z = 1 - i$  равен

- а)  $\sqrt{2}$       б)  $\sqrt{3}$       в) 2      г) 1

17. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{5x}$  равно:

- а) 1;      б) 5;      в) 0;      г)  $\frac{1}{5}$ .

18. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-x^2}{(3-x)^2}$  равно:

- а)  $\frac{4}{3}$ ;                      б)  $\infty$ ;                      в)  $-\frac{4}{3}$ ;                      г) 0.

19. Предел  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+x^2+8}{x-2}$  равен: \_\_\_\_\_.

20. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5+3x^2-4x}{7+3x+x^2}$  равно:

- а) 3;                      б) 0;                      в)  $\frac{5}{7}$ ;                      г)  $\infty$ .

21. Установите соответствие между формулами и выражениями:

1. Расстояние между двумя точками вычисляется по формуле:
2. Координаты вектора, заданного своим началом и концом, вычисляются по формуле:
3. Координаты середины отрезка вычисляются по формулам:
4. Длина вектора, заданного своими координатами, вычисляется по формуле:

А)  $\overrightarrow{AB} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$ ;

Б)  $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ;

В)  $x = \frac{x_1+x_2}{2}$ ;  $y = \frac{y_1+y_2}{2}$ ;  $z = \frac{z_1+z_2}{2}$ .

Г)  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ ;

22. Длина вектора  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ , равна

- а) 3;                      б) -3;                      в) 2;                      г) -1.

23. Вычислить  $\begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$

- а) 2                      б) 3                      в) -2                      г) 10

24. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y - 3z = 0 \\ x + 3y - 4z = -11 \\ 3x + 2y - z = 7 \end{cases}$

- а) (-4; -1; 5)                      б) (2; 1; -2)                      в) (4; -1; 3)                      г) (1; 6; -3)

25. Математическое программирование – это

- а) множество с двумя операциями
- б) совокупность всех первообразных данной функции
- в) раздел математики, посвященный решению задач, связанных с нахождением экстремумов функций нескольких переменных при наличии ограничений на переменные
- г) часть алгебры, изучающая векторы, векторные, или линейные пространства, линейные отображения и системы линейных уравнений.

### Вариант 4

- Область определения функции  $y = \frac{5}{\sqrt{25-x^2}}$  имеет вид:  
а)  $x \in (-\infty; 5]$ ; б)  $x \in [5; +\infty)$ ; в)  $x \in (-5; 5)$ ; г)  $x \in [-5; 5]$ .
- Угловым коэффициентом касательной к графику функции  $y = 3x^3 - 4x + 2$  в точке  $x_0 = -1$  равен:  
а) 3; б) -13; в) 5; г) -5.
- Дана функция  $y = 2x^4 + 4x^2 + \pi$ . Установите соответствие между производными функции в соответствующих точках и их значениями:  
а)  $y'(-1)$  ( ) 0;  
б)  $y'(2)$  ( ) -192;  
в)  $y'(3)$  ( ) -48.
- Производная функции  $y = x^2 \operatorname{ctg} x$  имеет вид:  
а)  $y' = 2x \operatorname{ctg} x - \frac{1}{\sin^2 x}$ ;  
б)  $y' = \frac{2x}{\sin^2 x}$ ;  
в)  $y' = 2x \operatorname{ctg} x - \frac{1}{\sin x}$ ;  
г)  $y' = 2x - \frac{1}{\sin x}$ .
- Производная функции  $y = 2 \arctan x$  в точке  $x_0 = -1$  равна:  
а) 1; б) 2; в) -1; г) 0.
- Производная функции  $y = 5^{x^2}$  имеет вид:  
а)  $y' = 5^{x^2} \ln 5$ ;  
б)  $y' = x^2 5^{x^2-1}$ ;  
в)  $y' = 2x 5^{x^2} \ln 5$ ;  
г)  $y' = 2x 5^{x^2} \ln 5$ .
- Точкой минимума функции  $y = x^3 - 9x^2 - 2x + 5$  является:  
а) 7; б) нет экстремума; в) -1; г) -7.
- Если скорость материальной точки, движущейся прямолинейно, равна  $V(t) = 2t + 5$ , тогда путь  $S$ , пройденный точкой за время  $t = 3$  от начала движения, равен:  
а) 2; б) 33; в) 14; г) 24.
- Вторая производная функции  $y = 1 + 2x - 8x^2$  имеет вид:  
а)  $y'' = 0$ ;  
б)  $y'' = -14$ ;  
в)  $y'' = 2 - 16x$ ;  
г)  $y'' = -16$ .

10. Абсциссой точки перегиба графика функции  $y=5x^2-\frac{1}{3}x^3+2$  является:

- а) 7;      б) 5;      в) -5;      г) 0.

11. Множество всех первообразных функции  $y=x^2-5x+2$  имеет вид:

- а)  $2x-5+c$ ;      б)  $\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+2x$ ;      в)  $\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+2x+c$ ;      г)  $x^3+c$ .

12. Если  ~~$\int_0^1 \frac{1}{x^3} dx$~~ , тогда функция  $f(x)$  равна:

- а)  $-\frac{2}{x^3}+5-\cos x$ ;      б)  $-\frac{2}{x^3}+5+\cos x$ ;      в)  $\frac{2}{x^3}+5+\cos x$ ;      г)  
 $-\frac{2}{x^3}-5-\cos x$ .

13. Определённый интеграл  $\int_0^4 12\sqrt{x} dx$  равен:

- а)  $8x\sqrt{x}$ ;      б) 3;      в) 28;      г) 64.

14. Используя свойства определённого интеграла, интеграл  $\int_1^5 \left(\frac{4}{x}+e^{3x}\right) dx$  можно привести к виду:

а)  $\int_1^2 \frac{4}{x} dx + \int_2^5 e^{3x} dx$ ;

б)  $\int_5^1 \left(\frac{4}{x}+e^{3x}\right) dx$ ;

в)  $4 \int_1^5 \left(\frac{1}{x}+e^{3x}\right) dx$ ;

г)  $4 \int_1^5 \frac{dx}{x} + \int_1^5 e^{3x} dx$ .

15. В результате подстановки  $t=10-3x$  интеграл  $\int (10-3x)^3 dx$  приводится к виду:

а)  $-\frac{1}{3} \int t^3 dt$ ;

б)  $\int t^3 dx$ ;

в)  $\int t^3 dt$ ;

г)  $-3 \int t^3 dt$ .

16. Точка  $x=1$  для функции  $y=\frac{7x}{4-x}$  является:

а) точкой устранимого разрыва;

б) точкой разрыва I рода;

в) точкой непрерывности;

г) точкой разрыва II рода.

17. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{9x}$  равно:

- а)  $\frac{9}{2}$ ;      б) 1;      в)  $\frac{2}{9}$ ;      г) 0.

18. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 4}$  равно:

- а)  $\infty$ ;      б)  $\frac{3}{4}$ ;      в)  $-\frac{3}{4}$ ;      г) 0.

19. Предел  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x + x^2 - 2}{x - 4}$  равен: \_\_\_\_\_.

20. Значение предела  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 3}{24x - x^2}$  равно:

- а) -3;      б)  $\infty$ ;      в)  $-\frac{3}{2}$ ;      г) 0.

21. Вычислить длину вектора CD, если он имеет координаты  $\overrightarrow{CD}\{6; 2; -3\}$ .

- а) 7;      б) 3;      в)  $\sqrt{31}$       г) 1.

22. Установите последовательность этапов получения показательной формы комплексного числа из алгебраической:

1. Найти в этой четверти угол  $\varphi$ , решив уравнения  $\cos\varphi = \frac{a}{r}$  и  $\sin\varphi = \frac{b}{r}$ .
2. Найти модуль комплексного числа  $z = a + bi$  по формуле  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ;
3. Определить, в какой четверти находится точка  $z = a + bi$ .
4. Записать число в показательной форме, используя формулу  $z = r \cdot e^{i\varphi}$

23. Вычислите определитель третьего порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & 3 \end{vmatrix}$

- а) 7;      б) 3;      в)  $\sqrt{31}$       г) 10

24. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 4x + 3y + 2z = 1 \\ 2x - 5y - 3z = 16 \\ 3x + 2y + 4z = 4 \end{cases}$

- а) (-4; -1; 5)      б) (2; 1; -2)      в) (4; -1; 3)      г) (2; -3; 1)

25. Выполните действие:  $3i \cdot 7i$ ;

- а) 21;      б) -21;      в)  $21i$       г)  $-21i$

### Ключ к тестам

Задание №	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
1	В	Б	Г	В
2	В	А	А	В



3	Б,В,А	В,А,Б	В,А,Б	А,В,Б
4	Б	Б	Г	А
5	Г	А	В	А
6	А	В	Г	Г
7	В	А	В	А
8	Б	В	Г	Г
9	В	В	Г	Г
10	Г	Г	Г	Б
11	Г	Б	Г	В
12	Г	В	В	Б
13	Б	Б	А	Г
14	Г	А	Б	Г
15	Г	Б	Б	А
16	В	В	А	В
17	В	Г	Г	В
18	Б	Б	Б	Б
19	-0,25	6	14	20
20	А	А	А	А
21	В	А	1-Г 2-А 3-В 4-Б	А
22	Б	3,1,4,2	А	2,3,1,4
23	Б	Г	В	Г
24	А	Б	В	Г
25	равными	Г	В	Б

## 2.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации обучающихся

### Комплект вопросов для подготовки к промежуточной аттестации №1:

- 1 Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами, свойства действий.
- 2 Определители, миноры и алгебраические дополнения.
- 3 Свойства определителей. Теорема Лапласа.
- 4 Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.
- 5 Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы.
- 6 Системы  $m$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными. Теорема Кронекера - Капелли. Матричная форма записи системы линейных уравнений.
- 7 Решение систем линейных уравнений: метод обратной матрицы, метод Крамера, метод Гаусса.

- 8 Вектор. Линейные операции с векторами, свойства векторных операций.
- 9 Координаты вектора. Действия над векторами, заданными в координатной форме. Длина вектора.
- 10 Скалярное произведение векторов и его свойства.
- 11 Общее уравнение прямой линии на плоскости.
- 12 Параметрические и канонические уравнения прямой на плоскости.
- 13 Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
- 14 Уравнение прямой линии в отрезках.
- 15 Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
- 16 Угол между двумя прямыми. Критерии параллельности и перпендикулярности двух прямых.
- 17 Кривые второго порядка. Канонические уравнения окружности, эллипса.
- 18 Кривые второго порядка. Каноническое уравнение гиперболы.
- 19 Кривые второго порядка. Каноническое уравнение параболы.
- 20 Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
- 21 Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
- 22 Числовые последовательности, способы задания. Предел последовательности, единственности предела, ограниченность сходящейся последовательности.
- 23 Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Свойства сходящихся последовательностей.
- 24 Монотонные последовательности. Предел монотонной последовательности.
- 25 Действительная функция действительной переменной, способы задания. Предел функции. Теорема о единственности предела функции. Свойства пределов функции.
- 26 Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
- 27 Односторонние пределы.
- 28 Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
- 29 Замечательные пределы.
- 30 Непрерывные функции. Критерий непрерывности функции в точке. Теорема о непрерывности суммы, произведения, частного непрерывных функций. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.
- 31 Свойства непрерывной функции на отрезке (Теоремы Больцано - Коши. Теоремы Вейерштрасса).
- 32 Разрывы непрерывности функции. Классификация разрывов непрерывности функции.

### **Перечень практических заданий**

- 1 Выполнить действия с матрицами

Составить уравнение прямой, проходящей через две заданные точки A(1;-1), B(4;3).

2 Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 7, \\ x + 3y - 2z = 0, \\ 2y - z = 2. \end{cases}$$

3 Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 11 & 2 \\ 10 & & 4 & -1 \\ 11 & 4 & 56 & 5 \\ 2 & -1 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

4 Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 8x + 7}{(x - 7)^2}$$

5 Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x - x}{4x^2 - 5x + 2}$$

Задания для подготовки к промежуточной аттестации

Найти производную функции  $y = \arcsin x + 3 \operatorname{tg} x - 4 \ln x$ .

Вычислить производную функции  $y = \ln \sin 5x$ .

Найти производную функции

$$4x - 1$$

Найти неопределенный интеграл

$$\int \arctg^x dx.$$

$$2 - x'$$

Найти неопределенный интеграл

$$\int \left( \frac{3}{x} + \frac{1}{1+x^2} + \cos x \right) dx.$$

Найти неопределенный интеграл

$$\frac{2}{1-x^2}$$

Найти неопределенный интеграл  $\int \ln x \cdot x^c dx$ .

Найти неопределенный интеграл  $\int x^3 \ln x dx$ .

Найти неопределенный интеграл  $\int C^x + \operatorname{Im}^{3x} dx$  Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 x^n dx$

24 Исследовать на сходимость ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$ .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$$

$$n=1$$

---

25 Проверить тождество  $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ , если  $z = e^{xy}$

$$x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$$

xy

26 Вычислить дифференциал функции  $z = \ln X^2 + y^2$ .

27 Вычислить частные производные второго порядка  $z = x^3 \cos 4y$ .

27 Найти общее решение дифференциального уравнения  $xyy' = 3x^2$ .

***Комплект вопросов №2 для подготовки к промежуточной аттестации***

I. Определение комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Геометрическое изображение комплексных чисел.

Практическое занятие 1. Комплексные числа.

2. Числовые последовательности. Предел функции. Свойства пределов

3. Замечательные пределы, раскрытие неопределенностей. Односторонние пределы, классификация точек разрыва

4. Определение производной. Производные и дифференциалы высших порядков

5. Полное исследование функции. Построение графиков.

6. Неопределенный и определенный интеграл и его свойства. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования

7. Вычисление определенных интегралов. Применение определенных интегралов

8. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Производные высших порядков и дифференциалы высших порядков

Практическое занятие 6. Вычисление частных производных и их применение.

9. Двойные интегралы и их свойства. Повторные интегралы Приложение двойных интегралов

Практическое занятие 7. Вычисление двойных интегралов.

10. Определение числового ряда. Свойства рядов

II. Функциональные последовательности и ряды. Исследование сходимости рядов

12. Общее и частное решение дифференциальных уравнений

13. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Решение дифференциальных уравнений

2-го порядка.

14. Понятие Матрицы. Действия над матрицами

15. Определитель матрицы

16. Обратная матрица. Ранг матрицы

17. Основные понятия системы линейных уравнений

18. Правило решения произвольной системы линейных уравнений

19. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса

20. Определение вектора. Операции над векторами, их свойства

21. Вычисление скалярного, смешанного, векторного произведения векторов. Приложения скалярного, смешанного, векторного произведения векторов

22. Уравнение прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

23. Линии второго порядка на плоскости

24. Уравнение окружности, эллипса, гиперболы и параболы на плоскости

### **Комплект вопросов №3 к промежуточной аттестации**

1. Определение предела функции в точке
2. Определение предела функции в бесконечности
3. Теоремы о пределах
4. Определение непрерывной функции в точке
5. Определение непрерывной функции на промежутке
6. Свойства непрерывных функций
7. Точки разрыва I-го рода
8. Точки разрыва II-го рода
9. Замечательные пределы
10. Определение производной
11. Производные высших порядков
12. Производные элементарных функций
13. Производные обратных тригонометрических функций
14. Производные сложных функций
15. Правила дифференцирования
16. Точки перегиба
17. Асимптоты графика функции
18. Исследование функции по общей схеме
19. Выпуклость графика функции
20. Понятие неопределенного интеграла
21. Свойства неопределенного интеграла
22. Интегрирование методом замены
23. Интегрирование по частям
24. Понятие определенного интеграла
25. Свойства определенного интеграла
26. Методы вычисления определенного интеграла
27. Вычисление площади плоских фигур
28. Вычисление объема тел вращения
29. Действия над векторами.
30. Уравнения прямых.
31. Взаимное расположение прямых.
32. Алгоритм решения задач линейного программирования.
33. Решение задач линейного программирования с экономическим содержанием.
34. Основные понятия линейной алгебры и линейного программирования.
35. Приближенные методы вычисления определенного интеграла.
36. Вычисление геометрических величин с помощью определенных интегралов.
37. Вычисление механических величин с помощью определенных интегралов.
38. Вычисление физических величин с помощью определенных интегралов.
39. Приращение аргумента и приращение функции, типы разрывов.

40. Свойства непрерывных функций.
41. Вычисление предела функции на бесконечности.
42. Вычисление пределов функций.
43. Два замечательных предела.
44. Исследование функции с помощью производной.
45. Элементы аналитической геометрии.
46. Основные понятия линейной алгебры.
47. Основные понятия линейного программирования.
48. Виды задач линейного программирования.
49. Алгоритм моделирования задач линейного программирования.
50. Нахождение точек перегиба графика функции.
51. Нахождение направлений выпуклости графика функции.
52. Нахождение асимптот графика функции.
53. Определители второго порядка.
54. Определители третьего порядка.
55. Решение систем линейных уравнений.
56. Основные понятия и методы математического анализа.
57. Основные понятия дискретной математики.
58. Основные понятия линейной алгебры.
59. Основные понятия теории комплексных чисел.
60. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики.

**Комплект билетов для промежуточной аттестации:**

**БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 1**

1. Понятие предела функции в точке.
2. Комплексные числа.

3. Вычислите определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}.$$

**БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 2**

1. Основные теоремы о пределах.
2. Применение второй производной.
3. Выполнить операции:  $(2-i)(2+i)^2 - (3-2i)$

**БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 3**

1. Вычисление пределов функций.
2. Свойства непрерывных функций.
3. Найти промежутки выпуклости кривой  $y=x^3-6x^2+2x-6$ .

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 4**

1. Определение непрерывности функции.
2. Нахождение производной сложной, обратных функций.
3. Вычислить интеграл:  $\int_1^e \frac{dx}{x}$

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 5**

1. Определение точек разрыва функции.
2. Вычисление производных высших порядков.
3. Точка движется прямолинейно по закону  $s=t^2+11t+30$ . Найти значения скорости и ускорения в момент времени  $t=3$ .

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 6**

1. Определение производной функции.
2. Вычисление физических величин с помощью определенных интегралов.
3. Найдите промежутки возрастания функции  $y = x^4 - 8x^2 + 3$

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 7**

1. Вычисление геометрических величин с помощью определенных интегралов.
2. Правила дифференцирования.
3. Найти расстояние между точками  $A(4;-5)$  и  $B(7;-1)$

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 8**

1. Асимптоты графика функции.
2. Понятие неопределенного интеграла.
3. Уравнение прямой  $x+3y-4=0$  привести к нормальному виду.

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 9**

1. Общая схема исследования функции.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Выполнить операции :  $(1+i)^4$

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 10**

1. Виды задач линейного программирования
2. Понятие определенного интеграла.
3. Найти  $f''(x)$ , если  $f(x) = \sin(x^2)$

#### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 11**

1. Нахождение направлений выпуклости графика функции

2. Два замечательных предела.
3. Найдите объем тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y=0$ ,  $y=3$ ,  $y=5$  и  $y = \sqrt{x-2}$ .

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 12**

1. Вычисление механических величин с помощью определенных интегралов.
2. Основные понятия линейной алгебры и линейного программирования.

3. Вычислить предел: 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 - 1}{2x^3 + 4x}$$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 13**

1. Понятие предела функции в бесконечности.
2. Интегрирование по частям
3. Найти  $f'(x)$ , если  $f(x) = 2 \sin x - \frac{\cos x}{3} + 5$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 14**

1. Определители второго и третьего порядка
2. Интегрирование методом замены

3. Вычислить предел: 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1}$$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 15**

1. Нахождение асимптот графика функции
2. Методы вычисления определенного интеграла
3. На окружности отмечено 12 точек. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 16**

1. Свойства определенного интеграла.
2. Алгоритм моделирования задач линейного программирования.
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x - x^2$  и  $y = 0$



### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 17**

1. Свойства непрерывных функций.
2. Приближенные методы вычисления определенного интеграла.
3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к параболе  $y=5x^2-8x+2$ , в точке  $x=3$ .

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 18**

1. Типы разрывов.
2. Исследование функции с помощью производной.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(3; 2)$ , параллельно прямой  $4x - 3y + 1 = 0$ .

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 19**

1. Вычисление площади плоских фигур..
2. Уравнения прямых.
3. Даны комплексные числа  $z_1 = 1 + 6i, z_2 = 3 + 3i$ . Найдите  $\frac{z_1}{z_2}$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 20**

1. Алгоритм решения задач линейного программирования.
2. Действия над векторами.
3. Найдите производную функции  $y = 2e^x + 0,3x^3 - \cos 3x$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 21**

1. Понятие производной.
2. Вычисление объема тел вращения.
3. Решить систему уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 22**

1. Понятие определенного интеграла.
2. Нахождение точек перегиба.
3. Решить систему уравнений по формулам Крамера.

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 23**

1. Выпуклость графика функции.
2. Понятие предела функции в точке.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(3; 2)$ , перпендикулярно прямой  $4x - 3y + 1 = 0$ .

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 24**

1. Вычисление предела функции на бесконечности.
2. Нахождение промежутков монотонности.
3. Вычислите  $\int_1^4 (x^2 - 6x) dx$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 25**

1. Нахождение точек перегиба
2. Понятие неопределенного интеграла.
3. Найдите производную второго порядка функции  $y = 2x^3 + 4x^2 - 5x + 6$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 26**

1. Решение систем линейных уравнений.
2. Вычисление площади плоских фигур.
3. Вычислите скалярное произведение векторов  $\vec{a}(7; -1; 3)$  и  $\vec{b}(4; 3; -5)$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 27**

1. Теоремы о пределах
2. Физический смысл производной.
3. Вычислите интеграл  $\int (x^2 + 4x + 1) dx$

### **БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 28**

1. Вычисление геометрических величин с помощью определенных интегралов.
2. Комплексные числа.

3. Найдите:  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$

**БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 29**

1. Свойства неопределенного интеграла
2. Геометрический смысл производной.
3. Уравнение скорости прямолинейного движения точки  $v=3t^2-2t-1$  ( $t$  в с,  $v$  в м/с). Найдите путь, пройденный точкой за 5с от начала движения.

**БИЛЕТ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ № 30**

1. Свойства определенного интеграла
2. Нахождение асимптот графика функции.
3. Вершинами треугольника служат точки А(10; -2; 8), В(8; 0; 7) и С(10; 2; 8).  
Вычислите периметр треугольника.